1.Πως να χαράξουμε μια καλή γραφική παράσταση

Οι νόμοι της Φυσικής εκφράζουν σχέσεις ανάμεσα σε διάφορα φυσικά μεγέθη και μπορουν να διατυπωθούν είτε με λέξεις σε μορφή προτάσεων ,είτε με ένα σύνολο συμβόλων σαν εξισώσεις, είτε με γραφικές παραστάσεις.

Οι γραφικές παραστάσεις έχουν το πλεονέκτημα να δίνουν μια άμεση εικόνα του τρόπου με τον οποίο μεταβάλλεται η εξηρτημένη μεταβλητή όταν η ανεξάρτητη παίρνει διάφορες τιμές και επιπλέον σε πολλές περιπτώσεις παρέχει τη δυνατότητα προσδιορισμού της τιμής διαφόρων μεγεθών απο τη κλίση ή απο τα σημεία τομής της καμπύλης (ή της ευθείας) με τους άξονες συντεταγμένων.Επίσης απο τις γραφικές παραστάσεις μπορούμε να προσδιορίσουμε ζεύγη σημείων (χ,ψ) πέραν εκείνων που έχουμε απο το πείραμα (πειραματικές τιμές), να εξομαλύνουμε δεδομένα που βαρύνονται με σημαντικά σφάλματα και να προσδιορίσουμε με ακρίβεια σημεία ασυνέχειας για παράδειγμα σαν αυτά που εμφανίζονται κατά τις διάφορες μεταβολές των φάσεων.

Ημιλογαριθμικά και λογαριθμικά διαγράμματα

1.Όταν τα φυσικά μεγέθη χ και ψ συνδέονται με μια εκθετική εξίσωση της μορφής

$$\Psi = A\ e^{\alpha\chi} \quad (1)$$

μπορούμε να γραμμικοποιήσουμε τη σχέση αν λογαριθμίσουμε και τα δυο μέλη της (1) οπότε καταλήγουμε στη σχέση:

$$\ln\psi = \ln A + \alpha\chi$$

Μπορούμε λοιπόν να παραστήσουμε γραφικά τον lnψ συναρτήσει του χ ή σε δεκαδικό σύστημα αξόνων ή σε ημιλογαριθμικούς άξονες, όπου ο άξονας ψ υποδιαιρείται σε διαστήματα ανάλογα του λογαρίθμου , ενώ ο άξονας χ υποδιαιρείται με το συνηθισμένο τρόπο.

2.Όταν τα μεγέθη χ και ψ συνδέονται με μια σχέση της μορφής :

$$\Psi = A\ \chi^{B}$$

τότε λογαριθμίζοντας και τα δυο μέλη προκύπτει η σχέση:

$$\ln\psi = \ln A + B \ln x$$

η οποία είναι μια γραμμική σχέση με εξηρτημένη μεταβλητή το lnψ και ανεξάρτητη το lnx. Η κλίση της ευθείας δίνει τη ποσότητα Β, ενώ η τομή της με τον άξονα ψ δίνει το lnA, αν οι άξονες αρχίζουν απο το σημείο (0,0).

Έτσι μπορούμε γραφικά να παραστήσουμε το lnψ συναρτήσει του lnx, ή σε δεκαδικό σύστημα αξόνων, ή σε λογαριθμικό χαρτί , στο οποίο οι άξονες ψ και χ υποδιαιρούνται σε διαστήματα ανάλογα του λογαρίθμου. Σε αυτούς τους λογαριθμικούς άξονες τοποθετούνται απευθείας οι τιμές των χ και ψ και όχι lnψ και lnx.

2.Μερικοί απλοί κανόνες για να σχεδιάσουμε μια καλή

1.Η χάραξη γίνεται σε χιλιοστομετρικό χαρτί (μιλλιμετρέ).

2.Στους άξονες σημειώνονται υποχρεωτικά τα φυσικά μεγέθη με τα σύμβολά τους και τις μοναδες μέτρησης μέσα σε παρένθεση. Αν υπάρχουν δυνάμεις του 10 γράφονται μέσα στη παρένθεση των μονάδων και πριν απο τα σύμβολά τους. Ό ίδιος κανόνας ισχύει και για τους Πίνακες με τα πειραματικά αποτελέσματα.

3. Η εκλογή της μονάδας στους άξονες θα πρέπει να είναι τέτοια, ώστε να προσδιορίζονται εύκολα τα δέκατα και εκατοστά. Αυτό επιτυγχάνεται αν η μικρότερη υποδιαίρεση της κλίμακας δηλαδή το 1mm στο χαρτί μιλλιμετρέ ληφθεί ίση με μια , δυο , πέντε ή δέκα μονάδες ή ίση με ένα , δυο , πέντε ή δέκα δέκατα , εκατοστά, χιλιοστά της μονάδας. Θα πρέπει να αποφεύγεται η αναλογία 1mm πχ σε 3μονάδες ή 3cm.

4.Δεν είναι αναγκαίο η μονάδα να έχει το ίδιο μήκος και στους δυο άξονες χ και ψ.

5.Δεν είναι αναγκαίο το σημείο τομής των δυο αξόνων να είναι το σημείο (0,0).Χρειάζεται μόνο όταν το σημείο τομής της καμπύλης με κάποιο άξονα μας δίνει τη τιμή ενός μεγέθους.

6.Κάθε πειραματικό σημείο με συντεταγμένες (χ,ψ) παριστάνεται με έντονη κουκίδα που περικλείεται απο κύκλο ή με ένα σταυρό (όχι με μια μικρή κουκίδα για ακρίβεια). Αν στο διάγραμμα υπάρχουν κι άλλες καμπύλες χρησιμοποιούμε ρόμβους ή τριγωνάκια για να ξεχωρίζουν τα πειραματικά σημεία των διαφορετικών γραφικών παραστάσεων.

7.Δίπλα στους άξονες δεν γράφονται οι τιμές (χ1,ψ1) των πειραματικών σημείων.Αν τις γράψουμε θα το κάνουμε με μολύβι και στο τέλος θα πρέπει να τις σβήσουμε.

8. Πρέπει να φροντίζουμε ώστε η γραφική μας παράσταση να εκτείνεται στο μεγαλύτερο μέρος του χαρτιού που μας δίνεται (περίπου στα ¾).

Λεπτομέρεια 1

Σε μια γραφική παράσταση δεν "κάνουμε οικονομία" στο χιλιοστομετρικό χαρτί. Ούτε πρέπει να χρησιμοποιούμε "μεγάλα" φύλλα, νομίζοντας έτσι, ότι ίσως τα αποτελέσματα είναι καλύτερα. Το ιδανικό μέγεθος της γραφικής παράστασης θα πρέπει είναι, όσο περίπου το μισό της σελίδας του τετραδίου που χρησιμοποιούμε. Η αναλογία ύψους (άξονας τεταγμένων, Υ) προς πλάτος (άξονας τετμημένων, Χ) πρέπει να βρίσκεται στην περιοχή 2:3 έως 3:2.

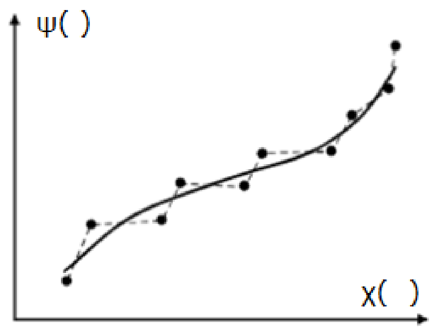
9. Το διάστημα του άξονα μεταξύ δύο διαδοχικών αριθμών ονομάζεται υποδιάστημα αρίθμησης. Το υποδιάστημα αυτό πρέπει να είναι σταθερό και όχι πολύ μικρό. Με άλλα λόγια δεν πρέπει να γράφουμε πολλούς αριθμούς στους άξονες. Απο 4 έως 8 αριθμητικές ενδείξεις είναι συνήθως αρκετές. Σε κάθε αριθμό, θα πρέπει να υπάρχει και μικρή γραμμούλα (προς το εσωτερικό του διαγράμματος). Βοηθητικές γραμμούλες (ticks) μπορούν να υπάρχουν και μεταξύ των αριθμών.

Παράδειγμα

Μια περιοχή αριθμητικών ενδείξεων από 200 έως 600, μπορεί να έχει αριθμητικές ενδείξεις και γραμμούλες στα 200, 300, 400, 500, 600 και ενδιάμεσες βοηθητικές γραμμούλες (χωρίς αριθμητικές ενδείξεις) στα 250, 350, 450, 550.

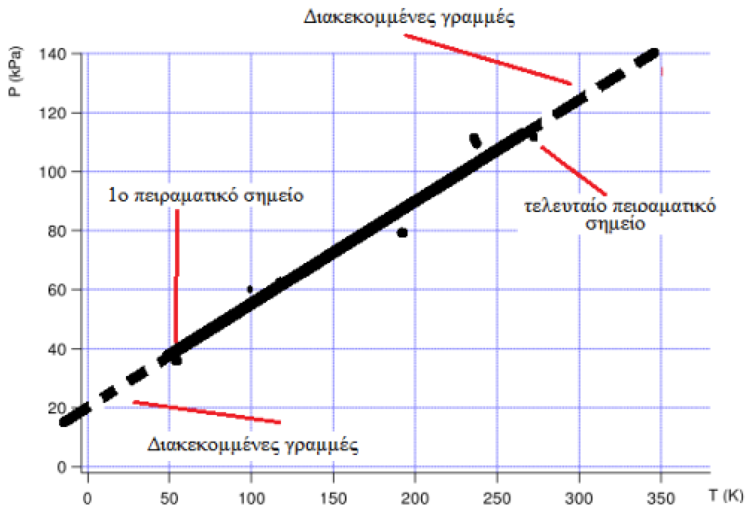
10. Δεν πρέπει να συνδέουμε τα πειραματικά μας σημεία ώστε η γραφική μας παράσταση να προκύψει μια τεθλασμένη γραμμή.

Με δεδομένη την διασπορά των πειραματικών σημείων στη γραφική παράσταση η πειραματική καμπύλη που τελικά θα χαραχθεί οφείλει να είναι όσο το δυνατόν πιο «ομαλή». Σε περιπτώσεις όπου δεν επιδιώκεται απόλυτη μαθηματική ακρίβεια, η εκτίμηση για την καλύτερη –βέλτιστη- καμπύλη καθορίζεται προσεγγιστικά με το μάτι έτσι ώστε τα πειραματικά σημεία να κατανέμονται ισόρροπα γύρω από την ομαλή καμπύλη που χαράξαμε. Δηλαδή, το ίδιο περίπου πλήθος πειραματικών σημείων θα πρέπει να βρίσκονται αριστερά ή και δεξιά της συγκεκριμένης πειραματικής καμπύλης. Ένας τρόπος να σχεδιάσουμε τη «βέλτιστη» καμπύλη φαίνεται στο Σχήμα...



Σχήμα : τρόπος σχεδιασμού της «βέλτιστης» καμπύλης

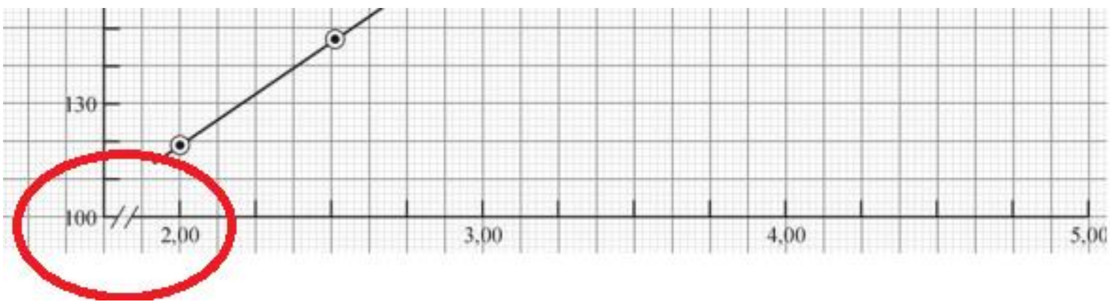
Εάν τα πειραματικά σημεία φαίνεται να ανήκουν σε ευθεία γραμμή χαράσσουμε ευθεία με τον χάρακα, ενώ εάν η κατανομή τους συμφωνεί με κάποια μορφή καμπύλης, τότε χαράσσουμε την καμπύλη αυτή με καμπυλόγραμμο ή και με ελεύθερο χέρι.Η καμπύλη ή αντίστοιχα η ευθεία πρέπει να εκτείνεται απο λίγο πριν το πρώτο πειραματικό σημείο και λίγο μετά το τελευταίο. Αν χρειαστεί να προεκταθεί, αυτό θα γίνει με διακεκομμένες γραμμές (Σχήμα ...).



Σχήμα :Επιλογή σημείων για το σχηματισμό του τριγώνου της κλίσης

Λεπτομέρεια 2

Αξίζει να σημειωθεί μια ακόμη λεπτομέρεια. Εάν οι δύο άξονες ξεκινούν από σημείο το οποίο αντιστοιχεί σε διαφορετική αριθμητική τιμή (δεν είναι π.χ. το σημείο 0,0), θα πρέπει να σχεδιάζεται σε ένα άξονα ένα "διαχωριστικό" σύμβολο (συνήθως 2 μικρές πλαγιαστές γραμμές) που δείχνει ότι η σημειούμενη ένδειξη στο σημείο-τομή δεν σχετίζεται με τις σημειούμενες ενδείξεις του άξονα (Σχήμα...).



Σχήμα : Γραφική παράσταση που δεν εμφανίζεται το σημείο (0,0)

3. Υπολογισμός της Κλίσης σε Γραφική Παράσταση

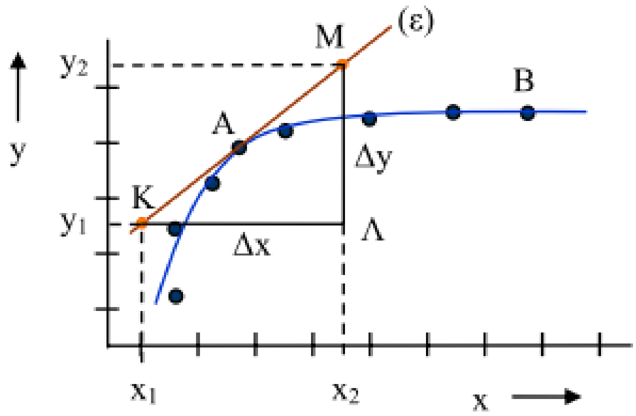
Α.Κλιση σε σημείο καμπύλης

Η κλίση αποτελεί ένα ιδιαίτερα σημαντικό φυσικό μέγεθος το οποίο προκύπτει από την γραφική παράσταση των μεταβλητών παραμέτρων ενός φυσικού φαινόμενου. Από πλευρά ορισμού η κλίση εκφράζει τον τρόπο μεταβολής της εξαρτημένης μεταβλητής y σε μια δεδομένη μεταβολή της ανεξάρτητης μεταβλητής x και αναφέρεται σε συγκεκριμένο σημείο μικρής περιοχής της καμπύλης κάθε γραφικής παράστασης. Η κλίση α λοιπόν μιας πειραματικής καμπύλης σε ένα σημείο Α (xo , yo) ορίζεται ως

το πηλίκο : $\alpha=\Delta\psi/\Delta\chi=(\psi_2-\psi_1)/(\chi_2-\chi_1)$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η ευθεία (ε) (Σχήμα ...) είναι η εφαπτομένη ευθεία της πειραματικής καμπύλης στο σημείο Α (xo , yo) και με την χάραξή της δημιουργείται το ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ. Το ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ έχει ως υποτείνουσα την εφαπτομένη ευθεία (ε) ενώ το σημείο Α βρίσκεται περίπου στο μέσον της υποτείνουσας ΚΜ.

Οι όροι του κλάσματος $(\psi_2-\psi_1)$ και (x_2-x_1) δεν αφορούν τα «γεωμετρικά μήκη» των πλευρών του ορθογωνίου τριγώνου αλλά είναι οι διαφορές των συντεταγμένων στους δυο άξονες. Η κλίση λοιπόν είναι το πηλίκο της κατακόρυφης μεταβολής Δy προς την αντίστοιχη οριζόντια Δx και μάλιστα η τιμή της είναι ανεξάρτητη της επιλογής των κορυφών Κ και Μ του ορθογώνιου τριγώνου ΚΛΜ.



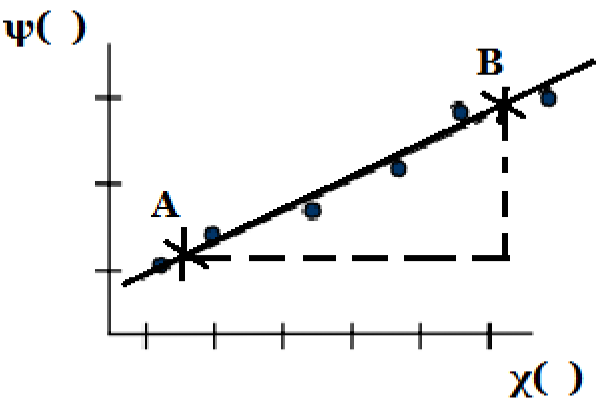
Σχήμα : Η κλίση της καμπύλης στο σημείο Α

Θα πρέπει επίσης να αναφερθεί ότι η κλίση είναι ανεξάρτητη της επιλογής της κλίμακας των επιμέρους αξόνων.

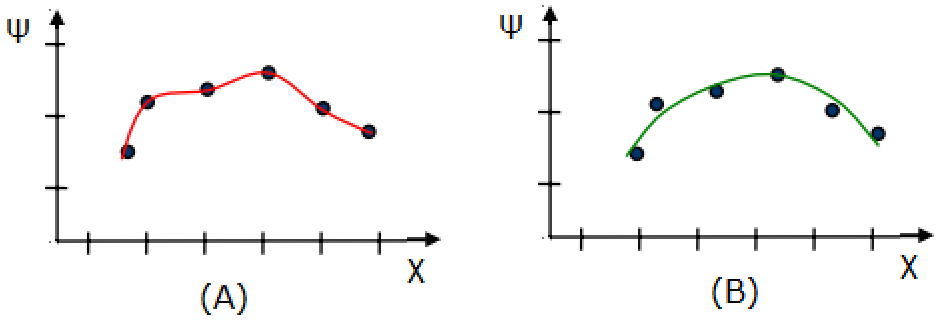
Β.Κλίση ευθείας

Αν η γραφική μας παράσταση είναι ευθεία, για τον υπολογισμό της κλίσης πρέπει να δημιουργήσουμε ένα τρίγωνο. Επιλέγω δυο μακρινά σημεία Α και Β πάνω στη«βέλτιστη» ευθεία που έχω φέρει σύμφωνα με τους παραπάνω κανόνες, τα οποία όμως να μην είναι πειραματικά σημεία

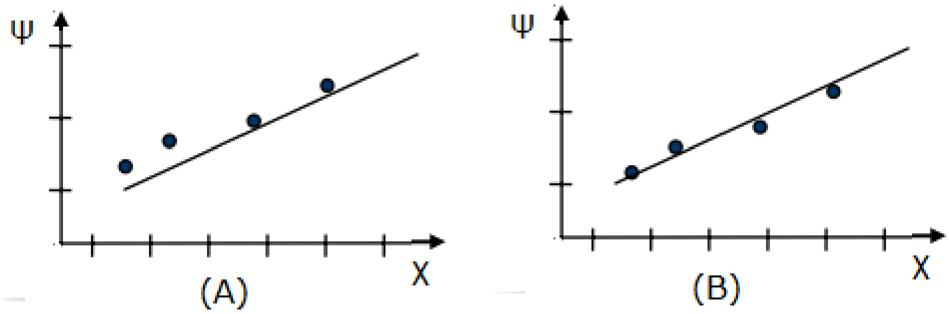
(Σχήμα ...)



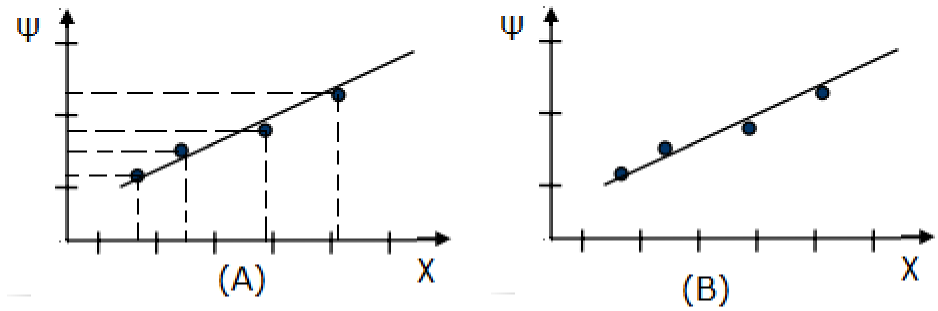
Σχήμα : Επιλογή σημείων για τον προσδιορισμό της κλίσης σε ευθεία



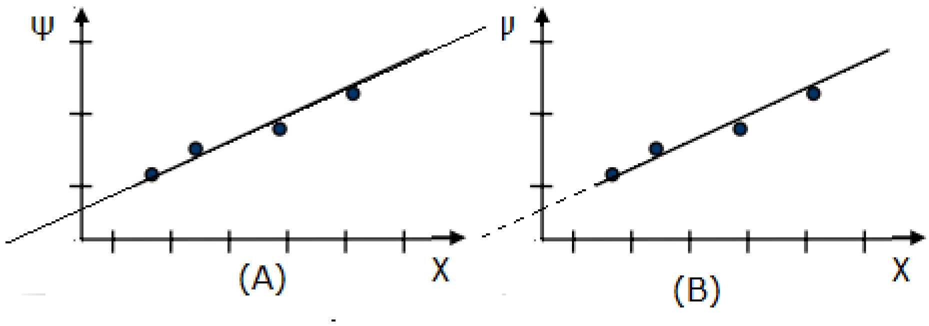
Σχήμα:(Α) λανθασμένη και (Β) σωστή γραφική παράσταση



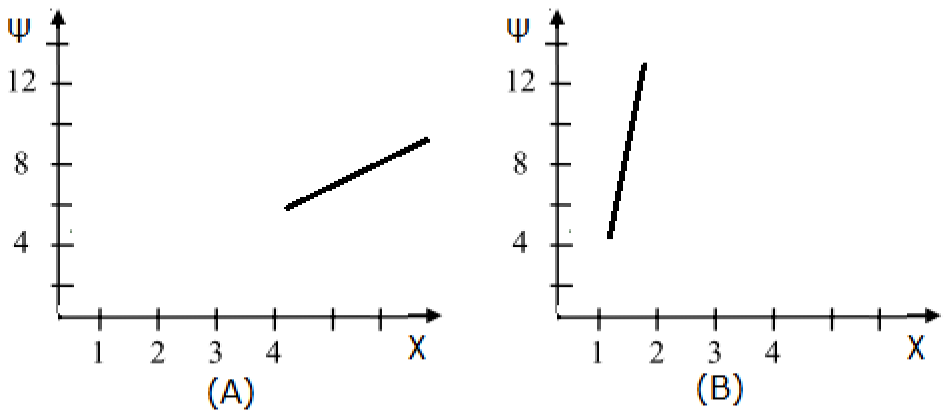
Σχήμα:(Α) λανθασμένη και (Β) σωστή γραφική παράσταση



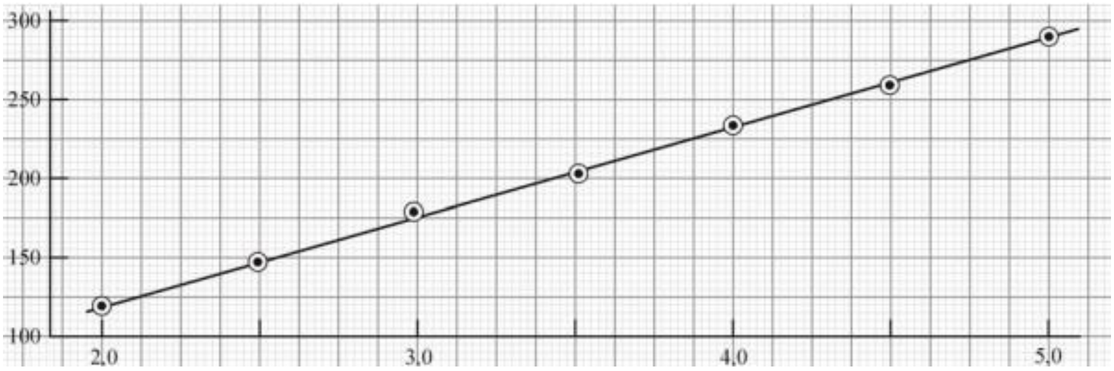
Σχήμα:(Α) λανθασμένη και (Β) σωστή γραφική παράσταση



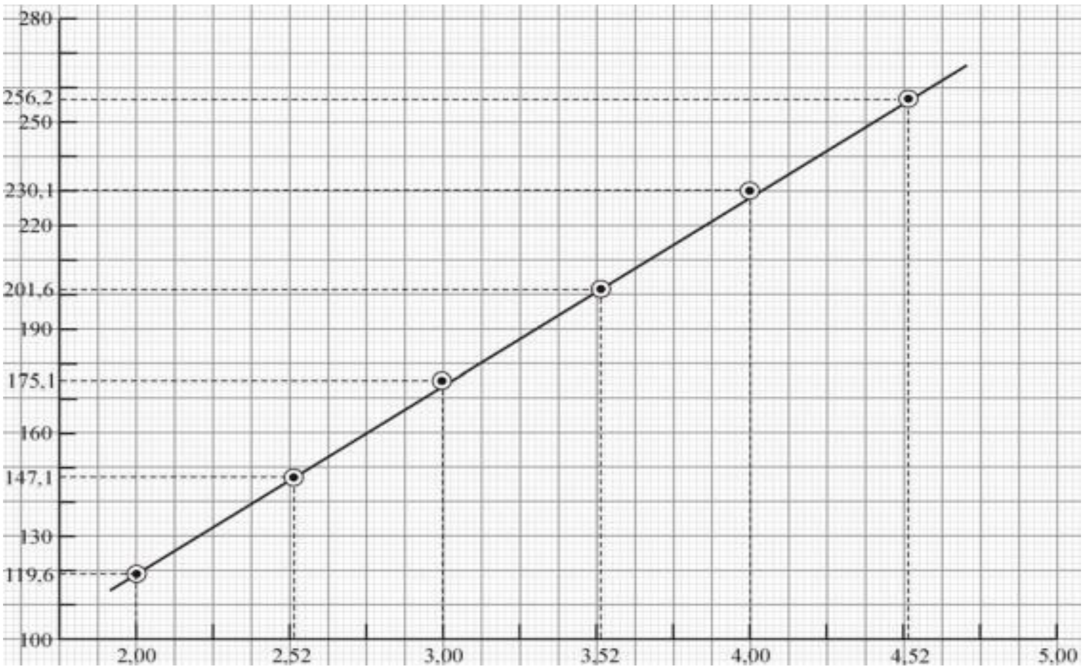
Σχήμα:(Α) λανθασμένη και (Β) σωστή γραφική παράσταση



Σχήμα:(Α) λανθασμένη και (Β) λανθασμένη γραφική παράσταση-κακή αξιοποίηση της διατιθέμενης επιφάνειας



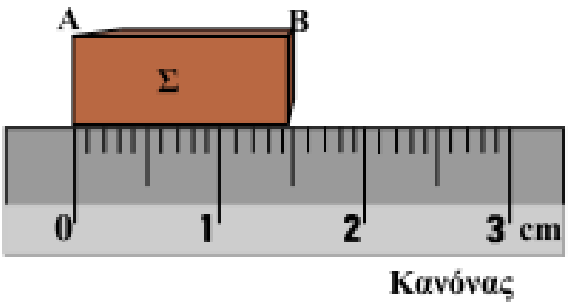
Σχήμα : Περίπτωση γραφικής παράστασης με κακή αναλογία ύψους:πλάτους.



Σχήμα : Λανθασμένη-χρήση μικρού υποδιαστήματος και στους δυο άξονες

Αβεβαιότητα (σφάλματα) μέτρησης

Καμμιά μέτρηση φυσικού μεγέθους δε είναι απόλυτα ακριβής. Το αποτέλεσματα της κάθε μέτρησης είναι κατά προσέγγιση. Η απόκλιση του αριθμητικού αποτελέσματος απο τη πραγματική τιμή ονομάζεται αβεβαιότηταή σφάλμα. Για παράδειγμα θέλουμε να μετρήσουμε το μήκος του σώματος στο Σχήμα ...



Σχήμα ...

Τοποθετούμε την άκρη Α του σώματος σε επαφή με τη χαραγή 0 του κανόνα. Συνήθως καταλήγουμε στην εύρεση της θέσης μιας χαραγής κατα μήκος της υποδιαιρεμένης κλίμακας. Παρατηρούμε ότι η θέση του Β πέφτει ανάμεσα στο 1,40mm και 1,50mm. Άρα ουσιαστικά εισάγεται σφάλμα στη μέτρηση του μήκους του σώματος. Μπορεί να είναι 14,1 ή 14,2 ή 14,3 κτλπ. Για το λόγο αυτό γράφουμε σαν αποτέλεσμα το: $(14{,}5 \pm 0{,}5)$mm. Τα σφάλματα μπορεί να οφείλονται είτε στη μέθοδο μέτρησης , είτε στην ατέλεια των οργάνων, είτε στην αδεξιότητα του παρατηρητή.

Τα είδη των σφαλμάτων

Τα σφάλματα διακρίνονται σε:

- Συστηματικά και
- Τυχαία

Τα συστηματικά σφάλματα οφείλονται σε μόνιμη αιτία αλλά επηρεάζουν το αποτέλεσμα της μέτρησης πάντα με τον ίδιο τρόπο. Συνήθως οφείλονται σε ατέλειες ή βλάβες των οργάνων μέτρησης. Για παράδειγμα ένα όχι σωστά βαθμονομημένο θερμόμετρο ή ένα δυναμόμετρο χωρίς φόρτιση να μη δείχνει μηδεν (0).

Τα τυχαία σφάλματα προέρχονται απο όχι μόνιμη αιτία και επηρεάζουν το αποτέλεσμα τυχαία. Αυτά οφείλονται είτε στη περιορισμένη ακρίβεια των οργάνων είτε στην αστάθεια των συνθηκών που μπορούν να επηρεάσουν το πείραμα. Σαν τυχαίο σφάλμα θεωρείται το σφάλμα παράλλαξης για παράδειγμα λόγω της κακής τοποθέτησης του οφθαλμού μας σε μια μέτρηση μήκους ή του όγκου σε έναν ογκομετρικό σωλήνα. Σαν τυχαία σφάλματα περιλαμβάνονται και τα ακούσια λάθη παρατήρησης και γραφής. Έτσι ενώ μετράμε μήκος 28cm, γράφουμε 28mm. Αυτά τα λάθη εύκολα μπορεί να εξαλειφθούν αν ήμαστε προσεκτικοί.

Μπορούμε να περιορίσουμε τα τυχαία σφάλματα; Ναι αν μετρήσουμε το φυσικό μέγεθος πολλές φορές και υπολογίσουμε τη μέση τιμή του. Η μέση τιμή δεν είναι η ακριβής τιμή αλλά μια πολύ καλή προσέγγιση. Όσο μεγαλύτερος είναι ο εριθμός των μετρήσεων τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα να βρίσκεται η μέση τιμή πλησιέστερα στη πραγματική τιμή.

Σημαντικά ψηφία και στρογγυλοποίηση

Σημαντικά ψηφία του αριθμητικού αποτελέσματος μιας μέτρησης είναι τα ψηφία για τα οποία ήμαστε απόλυτα βέβαιοι ότι είναι σωστά. Για παράδειγμα η τιμή 2,6 έχει δυο σημαντικά ψηφία (το 2 και το 6) ενώ η τιμή 2,58 έχει τρια σημαντικά ψηφία (2,5 και 8).

Σε ένα αριθμητικό αποτέλεσμα που προέκυψε απο τη μέτρηση ενός μεγέθους δεν πρέπει να γράφουμε περισσότερα ψηφία απο όσα παρέχει η ακρίβεια του οργάνου ή της μεθόδου. Πρέπει να γράφουμε μόνο αυτά για τα οποία ήμαστε απόλυτα βέβαιοι. Τα επιπλεόν ψηφία μπορούν να οδηγήσουν σε παραπλάνηση και σε απώλεια χρόνου τουλάχιστον. Για παράδειγμα στον οθόνη μιας αριθμομηχανής αναγράφονται πολλά ψηφία , απο τα οποία τα περισσότερα δεξιά είναι άχρηστα. Αυτό που πρέπει να κάνουμε είναι να στρογγυλοποιήσουμε το αποτέλεσμα στο πλησιέστερο δεκαδικό ψηφίο ώστε όλα τα ψηφία να είναι σημαντικά στην απάντησή μας.
Ένας αριθμός στρογγυλοποιείται στον επιθυμητό αριθμό σημαντικών ψηφίων, αν παραλείψουμε ένα ή περισσότερα ψηφία απο τα δεξιά.

Όταν το πρώτο (απο δεξιά) ψηφίο που παραλείπεται είναι μεγαλύτερο του 5, τότε στο τελευταίο ψηφίο που απομένει προσθέτουμε τη μονάδα: πχ ο αριθμός 3,1416 γίνεται 3,142.

Όταν το πρώτο ψηφίο που παραλείπεται είναι μικρότερο του 5, τότε το τελευταίο ψηφίο παραμένει αμετάβλητο: πχ ο αριθμός 3,142 γίνεται διααδοχικά 3,14, 3,1 και 3.

Όταν το ψηφίο που παραλείπεται είναι ακριβώς 5, τότε προσθέτουμε τη μονάδα αν το τελευταίο ψηφίο είναι περιττό αλλιώς παραλείπεται

Πχ. Το μήκος 4,75 cm γίνεται 23,8cm

Το μήκος 23,65 cm γίνεται 23,6 cm

Το μήκος 23,85 cm γίνεται 23,8 cm

Όταν πραγματοποιούμε προσθέσεις ή αφαιρέσεις πρέπει να στρογγυλοποιούμε το αποτέλεσμα «αμέσως»μετά τη πράξη. Κατα τις παραπάνω πράξεις πρέπειτο άθροισμα ή η διαφορά να διατηρήσει τόσα δεκαδικά ψηφία όσα ο αριθμός με τα λιγότερα δεκαδικά ψηφία.

Για παράδειγμα: 4,1+1,63+0,0014=5,744

Το αριθμητικό αυτό αποτέλεσμα στρογυλλοποιείται στο 5,7 δηλαδή με ένα μόνο δεκαδικό όσο και ο προσθετέος 4,1.

Στους πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις το αποτέλεσμα πρέπει να στρογγυλοποιείται έτσι, ώστε να περιέχει μόνο όσα σημαντικά ψηφία έχει ο λιγότερο ακριβής αριθμός

Πχ Στο πολλαπλασιασμό 8,37cm×2,3cm το αποτέλεσμα πρέπει να δοθεί με δυο σημαντικά ψηφία. (8,37cm×2,3cm=19,251cm^2 και μετά τη στρογγυλοποίηση το αποτέλεσμα μετετρέπεται σε 19cm^2).