ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ ΦΥΣΙΚΗΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

5 Μαρτίου 2017

ΟΔΗΓΙΕΣ:

*1. Στο θέμα Α να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις ως σωστές με το γράμμα Σ ή ως λανθασμένες με το γράμμα Λ, **χωρίς αιτιολόγηση**, γράφοντας την επιλογή σας στον ειδικό χώρο στο «Φύλλο Απαντήσεων» που θα σας δοθεί μαζί με τις εκφωνήσεις των θεμάτων.*

*2. Η επεξεργασία των υπολοίπων θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε χαρτί Α4 ή σε τετράδιο που θα σας δοθεί (το οποίο θα παραδώσετε στο τέλος της εξέτασης) και οι απαντήσεις στα υπόλοιπα ερωτήματα τόσο του **Θεωρητικού Μέρους** όσο και του **Πειραματικού** θα πρέπει **οπωσδήποτε** να συμπληρωθούν στο «Φύλλο Απαντήσεων».*

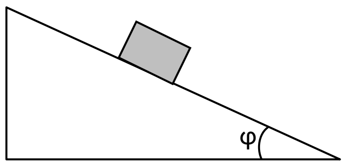
*3. Το γράφημα του **Πειραματικού Μέρους** θα το σχεδιάσετε στο μιλιμετρέ χαρτί που υπάρχει στο «Φύλλο Απαντήσεων».*

Θεωρητικό Μέρος

ΘΕΜΑ Α

Α1. Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος, τοποθετούμε ένα σώμα, το οποίο παραμένει ακίνητο.

Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιές λανθασμένες;



α. Η δύναμη που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο σώμα, έχει διεύθυνση κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο.

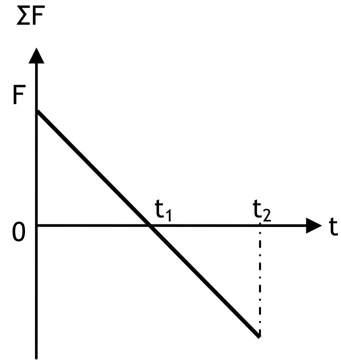
β. Η δύναμη της στατικής τριβής που δέχεται το σώμα έχει μικρότερο μέτρο από το βάρος.

γ. Η δύναμη της στατικής τριβής έχει φορά αντίθετη του βάρους.

δ. Αν μειωθεί η κλίση του κεκλιμένου επιπέδου το σώμα οπωσδήποτε θα ισορροπεί.

Α2. Στο διάγραμμα φαίνεται το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα που τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ταχύτητα προς τα δεξιά (θετική φορά). Δίνεται $t_2 = 2t_1$.

Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιές λανθασμένες;



α. Από 0 έως t_1 το σώμα επιβραδύνεται.

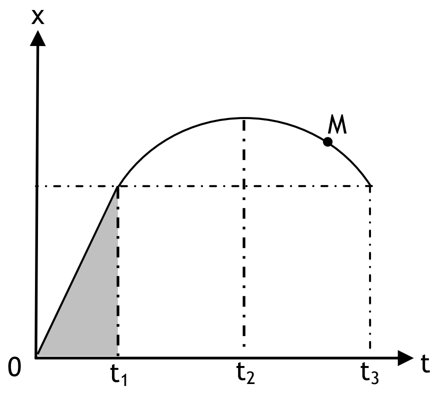
β. Από 0 έως t_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος αυξάνεται.

γ. Από t_1 έως t_2 το σώμα κινείται σίγουρα προς τα αριστερά.

δ. Το σώμα αποκτά μέγιστη ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1.

Α3. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και στο διάγραμμα φαίνεται η θέση του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιές λανθασμένες;



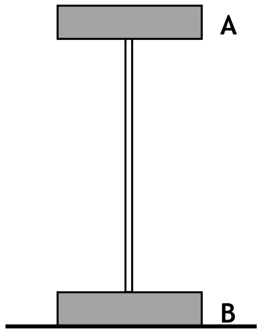
α. Το εμβαδόν του σκιασμένου τμήματος είναι αριθμητικά ίσο με την ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1.

β. Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_3 το σώμα έχει ίδια ταχύτητα.

γ. Στο χρονικό διάστημα t_1 - t_2 η ταχύτητα μειώνεται.

δ. Στη θέση Μ το κινητό κινείται προς τα αρνητικά.

Α4. Το σύστημα του σχήματος αποτελείται από δύο σώματα Α και Β ίδιας μάζας m, μια αβαρή ράβδο και ισορροπεί.



Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιές λανθασμένες;

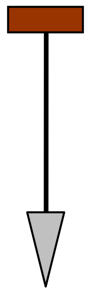
α. Το σώμα Α δέχεται από τη ράβδο δύναμη μέτρου Τ = mg με φορά προς τα κάτω.

β. Το σώμα Β δέχεται από τη ράβδο δύναμη μέτρου Τ = mg με φορά προς τα κάτω.

γ. Η ράβδος δέχεται στα άκρα της δυνάμεις ίδιου μέτρου λόγω του 3^{ου} νόμου του Νεύτωνα.

δ. Το έδαφος ασκεί στο σώμα Β δύναμη μέτρου Ν = 2mg.

Α5. Σε ένα μικρό κομμάτι ξύλου βάρους W είναι δεμένο, με αβαρές και μη εκτατό νήμα, ένα βαρίδι βάρους Β (νήμα της στάθμης). Κρατάμε ακίνητο το ξύλο οπότε το νήμα είναι τεντωμένο κατακόρυφα. Το σύστημα αφήνεται να πέσει προς το έδαφος από μικρό ύψος και κατά τη διάρκεια της πτώσης η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιές λανθασμένες;

α. Το βαρίδι κινείται με ταχύτητα μεγαλύτερου μέτρου από ότι το ξύλο.

β. Το ξύλο και το βαρίδι κινούνται με την ίδια επιτάχυνση.

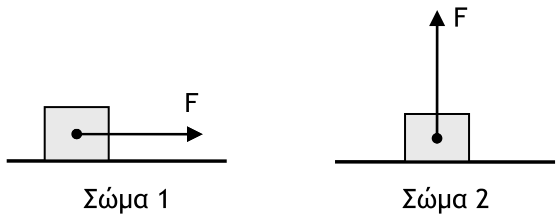
γ. Η τάση του νήματος έχει μέτρο ίσο με Β.

δ. Η τάση του νήματος έχει μέτρο ίσο με μηδέν.

Μονάδες $5 \times 5 = 25$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο όμοια σώματα βάρους W ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στα σώματα ασκούνται δυνάμεις ίσου μέτρου F, όπως φαίνεται στο σχήμα, οπότε τα σώματα αρχίζουν να κινούνται. Τα σώματα αποκτούν ταχύτητες ίσου μέτρου, όταν έχουν διανύσει διαστήματα S_1 και $S_2 = 3S_1$ αντίστοιχα. Το μέτρο της δύναμης F είναι:

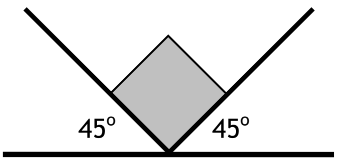


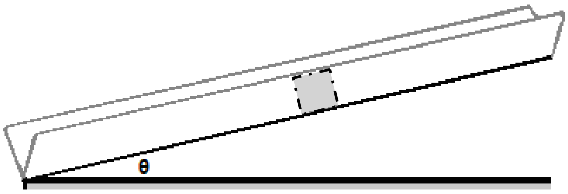
α. $\mathbf{F = \frac{4}{3}W}$ **β.** $\mathbf{F = \frac{3}{2}W}$ **γ. F = 3W**

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Β2. Κιβώτιο (σχήματος κύβου) μάζας m ολισθαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ, συνεχώς εφαπτόμενο σε δύο παράλληλους οδηγούς κάθετους μεταξύ τους όπως φαίνεται στα σχήματα.





Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ μεταξύ κιβωτίου και οδηγών είναι ο ίδιος, τότε η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα, κατά την κάθοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο, θα δίνεται από τη σχέση:

α. $\alpha = g(\eta\mu\theta - \mu\sigma\upsilon\nu\theta)$ **β.** $\alpha = g(\eta\mu\theta - \mu\sqrt{2})$ **γ.** $\alpha = g(\eta\mu\theta - \mu\sqrt{2}\,\sigma\upsilon\nu\theta)$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Δίνονται: $\eta\mu 45^o = \sigma\upsilon\nu 45^o = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Μονάδες 9

Β3. Ένας φυσιολάτρης οδηγός επιθυμώντας να απολαύσει τα αξιοθέατα μιας διαδρομής 240Km, έφτασε στον προορισμό του 2h αργότερα από όσο υπολόγιζε. Η μέση ταχύτητα της διαδρομής του βρέθηκε με μέτρο υ (σε km/h). Προκειμένου να ήταν συνεπής στον χρόνο της άφιξής του, η μέση ταχύτητά του έπρεπε να είχε μέτρο V (σε km/h) ίσο με:

α. $V = \dfrac{120\upsilon}{120-\upsilon}$ **β.** $V = \dfrac{120\upsilon}{120+\upsilon}$ **γ.** $V = \dfrac{120-\upsilon}{120\upsilon}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Πειραματικό Μέρος

ΘΕΜΑ Γ

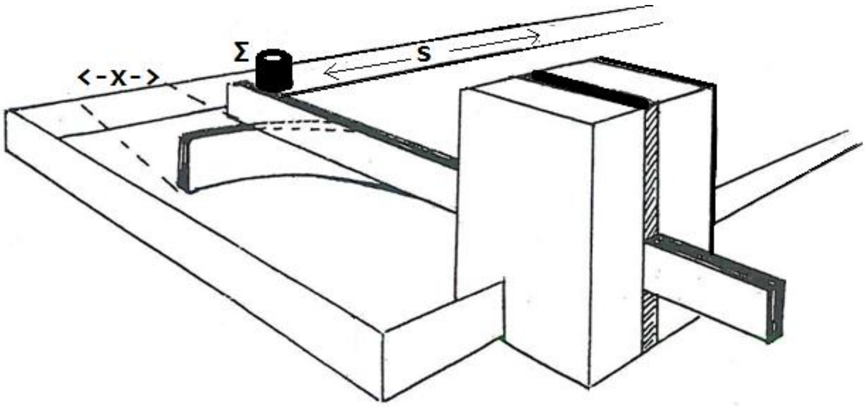
Η **κάμψη** γενικά είναι το αποτέλεσμα της δράσης δυνάμεων που ασκούνται κατάλληλα σε ένα μακρόστενο σώμα αμελητέου πάχους, όπως π.χ. μια μεταλλική λάμα ή ένας πλαστικός ανθεκτικός χάρακας.

Όπως το σώμα τείνει να καμπυλωθεί, προκαλείται **συμπίεση** στη μια επιφάνειά του και **εφελκυσμός** (τράβηγμα) στην άλλη. Η κάμψη προκαλεί την παραμόρφωση ή ακόμα και τη θραύση του σώματος.

Στην περίπτωση της ελαστικής παραμόρφωσης μιας μεταλλικής λεπτής λάμας που οι παραμορφώσεις της οφείλονται σε εξωτερικά αίτια, χωρίς τη συνεισφορά σε αυτές του ίδιου του βάρους τους, αντιστοιχεί μια απόσταση του άκρου της από την αρχική διεύθυνσή της που ονομάζεται «**βέλος κάμψης**».

Με ικανοποιητική προσέγγιση, έχουμε τη δυνατότητα να χρησιμοποιούμε για τη μελέτη των ελαστικών παραμορφώσεων που προκαλούνται από δυνάμεις που ενεργούν κάθετα στην επιφάνεια της λάμας στο ένα άκρο της, ενώ το άλλο είναι ακλόνητα στερεωμένο, το νόμο των ελαστικών παραμορφώσεων **(Νόμος Hooke)** με τη γνωστή μορφή: **$|F| = kx$ (1)** όπου k η «σταθερά ελαστικότητας» της λάμας που συνδέεται με τα κατασκευαστικά της χαρακτηριστικά και x το μήκος του βέλους κάμψης. Κατά επέκταση για τη δυναμική ενέργεια ελαστικότητας που αποθηκεύεται στην παραμορφωμένη λάμα ή αποδεσμεύεται από την παραμορφωμένη λάμα θα ισχύει: $\mathbf{U = \frac{1}{2}kx^2}$ **(2)**

Α. Μια παρόμοια λάμα στερεώνεται με την επιφάνειά της στο κατακόρυφο επίπεδο, με σφιγκτήρα, στο άκρο ενός τραπεζιού προσεκτικά, ώστε να μην ακουμπάει στο τραπέζι, αλλά να μπορεί να αγγίζει ένα μικρό κυλινδρικό σώμα (Σ) που βρίσκεται στην επιφάνεια του τραπεζιού. Ενδεικτικά το σώμα (Σ) μπορεί να προκύψει από μερικά νομίσματα των 2€ συγκολλημένα μεταξύ τους και έστω **m** η συνολική μάζα τους.



Προκαλούμε μικρή κάμψη της λάμας, εξασκώντας με το χέρι μας μια δύναμη στο άκρο της λάμας με διεύθυνση κάθετη προς την επιφάνειά της. Η λάμα καμπυλώνεται και μπορούμε εύκολα να μετρήσουμε την τιμή του βέλους κάμψης **x**. Επειδή η διαδικασία θα επαναληφθεί και για να είναι κάθε φορά η μέτρηση απαλλαγμένη από τυχαία σφάλματα προτιμούμε αντί για το χέρι να ασκήσουμε τη δύναμη μέσω ενός νήματος που δένεται στο άκρο της λάμας και τραβιέται μέχρι μια προκαθορισμένη θέση. Καίγοντας το νήμα, η λάμα εκτινάσσεται προς την αρχική της θέση, όπου και δεχόμαστε ότι με τη σύγκρουσή της με το σώμα (Σ), μεταβιβάζει σε αυτό ολόκληρη την ενέργεια ελαστικότητας που είχε αποθηκευτεί σε αυτή κατά την κάμψη της.
Η ενέργεια που μεταβιβάζεται από τη λάμα στο σώμα (Σ), εμφανίζεται στο σώμα με τη μορφή κινητικής ενέργειας $\mathbf{K = \frac{1}{2}mu_0^2}$ **(3)**

Το σώμα (Σ) κατά τον τρόπο αυτό, εκτοξεύεται από τη θέση που βρισκόταν αρχικά με αρχική ταχύτητα $\mathbf{u_0}$ και ολισθαίνει χωρίς να αναπηδά, διαρκώς εφαπτόμενο με την επιφάνεια του τραπεζιού, οπότε λόγω της τριβής ολίσθησης με συντελεστή **μ,** επιβραδύνεται και τελικά ακινητοποιείται οριστικά, έχοντας διανύσει στο τραπέζι απόσταση **S** η οποία μπορεί εύκολα να μετρηθεί.

Γ1. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις για τη μελέτη της επιβραδυνόμενης κίνησης του σώματος (Σ) θεωρώντας ότι τη στιγμή $t_0 = 0$ αρχίζει να κινείται με την αρχική του ταχύτητα $\mathbf{u_0}$, να αποδείξετε ότι ισχύει η εξίσωση: $\mathbf{S = \frac{kx^2}{2\mu mg}}$ **(4)** **Μονάδες 6**

Γ2. Σε πίνακα μπορούμε να καταχωρήσουμε τις τιμές για τις ποσότητες των μεγεθών **x** και **S** που μετρούνται κάθε φορά που επαναλαμβάνεται η διαδικασία.

x (mm)	10	15	20	25	30	35	40
S (mm)	10	21	34	53	72	98	126
x^2 (mm^2)							

Αφού συμπληρώσετε τον πίνακα και κάνετε χρήση των 2 κατάλληλων γραμμών του πίνακα, ώστε να παραστήσετε γραφικά την απόσταση **S** που διανύει το σώμα σε συνάρτηση με το τετράγωνο x^2 του μήκους του βέλους κάμψης $S = f(x^2)$, της εξίσωσης **(4)**, σχεδιάζοντας κατάλληλο γράφημα στο μιλιμετρέ χαρτί. Να εξηγήσετε αναλυτικά την απάντησή σας.

Μονάδες 7

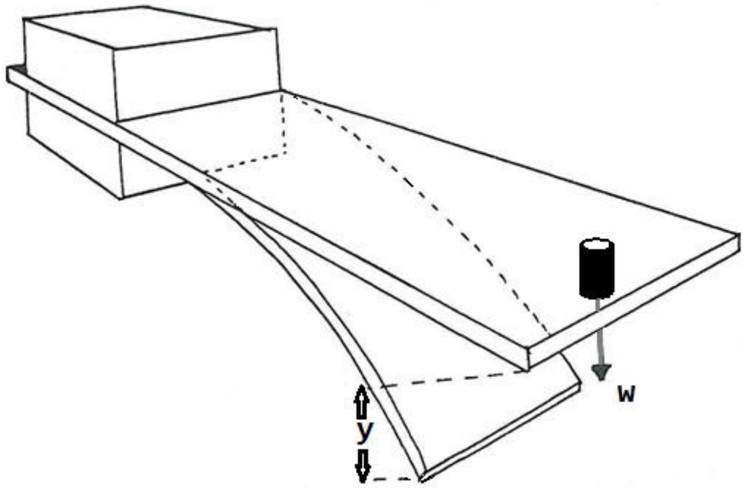
Γ3. α. Να μετρήσετε, εξηγώντας τον τρόπο που χρησιμοποιείτε, την κλίση από τη γραφική παράσταση που σχεδιάσατε.

β. Βρείτε τη σχέση με την οποία συνδέεται η κλίση που υπολογίσατε από το γράφημα, με τα μεγέθη k, m, g, μ.

Μονάδες 6

Β. Ενδιαφερόμαστε μέσα από μια διαδικασία που βασίζεται στα δεδομένα των μετρήσεων, να υπολογίσουμε την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης **μ** μεταξύ του σώματος (Σ) και της επιφάνειας του τραπεζιού.

Για το σκοπό αυτό στερεώνουμε τη λάμα ώστε να εξέχει από το τραπέζι με οριζόντια την πλατιά επιφάνειά της. Τοποθετούμε το σώμα (Σ) στο άκρο της και το συγκρατούμε μέχρι σιγά-σιγά να ισορροπήσει οριακά.



Το βάρος του σώματος (Σ) έχει προκαλέσει κάμψη στη λάμα και έστω **y** η τιμή του βέλους κάμψης στον κατακόρυφο άξονα, που μπορεί να μετρηθεί. Βρέθηκε να είναι **y = 25mm** και ισχύει κατά προσέγγιση: **mg = ky (5)**

Η εξίσωση **(4)** αν λάβουμε υπόψη την **(5)** γίνεται: $S = \frac{kx^2}{2\mu mg}$ ή $S = \frac{x^2}{2\mu y}$ **(6)**

Γ4. Με τη βοήθεια της κλίσης του διαγράμματος που υπολογίσατε και την τιμή της **y** να εξηγήσετε πως μπορείτε να βρείτε την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης **μ** ανάμεσα στο σώμα (Σ) και την επιφάνεια του τραπεζιού.

Μονάδες 3

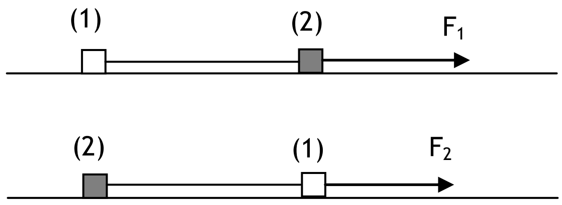
Γ5. Με ένα δυναμόμετρο μετράμε το βάρος του σώματος (Σ) και το βρίσκουμε ίσο με **0,5Ν.** Να υπολογίσετε τη σταθερά ελαστικότητας **k** της μεταλλικής λάμας.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Δ

Ένας καθηγητής Φυσικής προκειμένου να εξασκήσει τους μαθητές του στη μελέτη των κινήσεων σωμάτων και της Νευτωνικής σύνθεσης κατασκεύασε ένα κεκλιμένο επίπεδο (κ.ε.), μήκους L, του οποίου την κλίση μπορούσε να μεταβάλλει. Στην κατασκευή του, ενσωμάτωσε κατάλληλη κλίμακα, ώστε σε κάθε θέση του κεκλιμένου επιπέδου να γνωρίζει την εφαπτομένη της γωνίας που το κ.ε. σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση. Στο τέλος του κεκλιμένου επιπέδου στερέωσε κατάλληλο εμπόδιο στο οποίο θα χτυπούν τα σώματα μετά την ολίσθηση τους σε αυτό και θα σταματούν σχεδόν ακαριαία χωρίς να αναπηδούν προς τα πίσω. Επίσης κατασκεύασε δύο μικρά σώματα (1) και (2) ίδιας μάζας (τα οποία θα θεωρούμε υλικά σημεία, χωρίς διαστάσεις) από διαφορετικό υλικό ώστε να εμφανίζουν διαφορετικό συντελεστή τριβής ολίσθησης με το κεκλιμένο επίπεδο. Ένωσε τα δύο αυτά σώματα δένοντάς τα με αβαρές μη εκτατό νήμα μήκους L/2.

Δ1. Πρώτα έθεσε στους μαθητές του την εξής ερώτηση: Εάν γνωρίζουμε πως το μέτρο της τάσης του νήματος δεν μπορεί να υπερβεί το μέτρο του βάρους κάθε σώματος στον τόπο όπου γίνονται τα πειράματα και εάν τοποθετήσουμε το κ.ε. σε οριζόντια θέση αποδείξτε πως το πηλίκο των μέτρων των δυνάμεων F_1 και F_2 για τις οποίες το νήμα βρίσκεται στο όριο θραύσης του στις περιπτώσεις που απεικονίζονται στο σχήμα 1 ισούται με: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{2+\mu_2-\mu_1}{2+\mu_1-\mu_2}$, όπου μ_1 και μ_2 οι συντελεστές τριβής ολίσθησης του κάθε σώματος με το κ.ε.

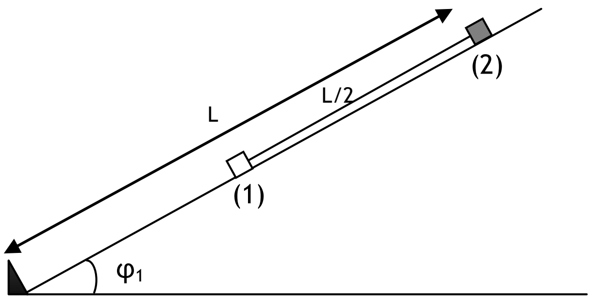


Σχήμα 1

Μονάδες 6

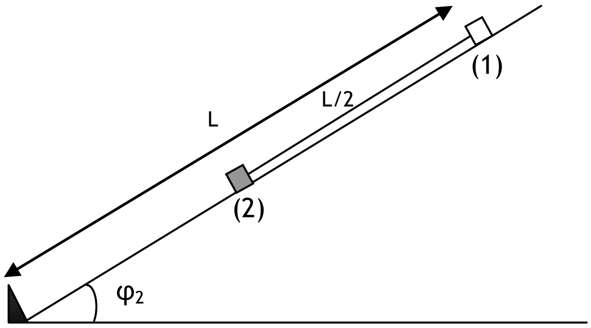
Δ2. Κατόπιν, μαζί με τους μαθητές του έκαναν τις εξής παρατηρήσεις:

1. Ρύθμισαν την κλίση του κ.ε σε εφφ_1 = 0,4. Κράτησαν τα σώματα ακίνητα στη θέση που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 2 με το νήμα τεντωμένο και τα άφησαν ταυτόχρονα ελεύθερα να κινηθούν. Παρατήρησαν πως τα δύο σώματα άρχισαν να κινούνται αμέσως, το νήμα έμεινε τεντωμένο ώσπου το σώμα 1 να ακουμπήσει στο εμπόδιο και το σώμα 2 έφτασε στο εμπόδιο με μηδενική ταχύτητα.



Σχήμα 2

2. Ρύθμισαν την κλίση του κ.ε σε εφφ_2 = 0,9. Κράτησαν πάλι τα σώματα ακίνητα στη θέση που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 3 με το νήμα τεντωμένο. Άφησαν τα σώματα ταυτόχρονα και παρατήρησαν πως τα δύο σώματα άρχισαν να κινούνται αμέσως, το νήμα χαλάρωσε μόλις τα άφησαν και τα δύο σώματα έφτασαν την ίδια στιγμή στο εμπόδιο στο τέλος του κ.ε.

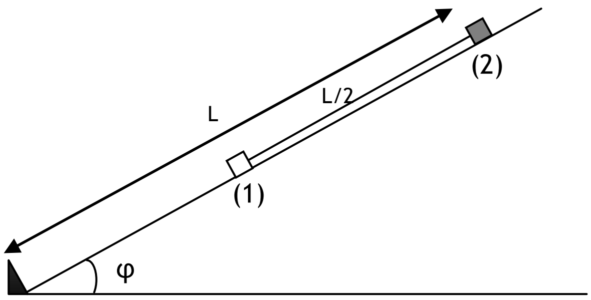


Σχήμα 3

Ο καθηγητής εξήγησε στους μαθητές του, πως οι δύο παραπάνω παρατηρήσεις αρκούν ώστε να υπολογιστούν οι συντελεστές τριβής ολίσθησης του κάθε σώματος με το κ.ε. Βρείτε τον τρόπο να τους υπολογίσετε και εσείς και επομένως υπολογίστε την τιμή του λόγου $\frac{F_1}{F_2}$ του ερωτήματος **Δ1**.

Μονάδες 7

Δ3. Τέλος ο καθηγητής έθεσε στους μαθητές του την εξής ερώτηση. Εάν ο συντελεστής οριακής τριβής ανάμεσα σε κάθε σώμα και στο δάπεδο είναι κατά 20% μεγαλύτερος του συντελεστή τριβής ολίσθησης και εάν τοποθετήσουμε τα σώματα στο κ.ε. όπως στο σχήμα 4, μέχρι ποια τιμή μπορεί να αυξηθεί η κλίση του κ.ε. ώστε να μην αρχίσει η ολίσθηση κανενός σώματος.



Σχήμα 4

Μονάδες 7

Δ4. Εάν τα ίδια πειράματα με τα ίδια σώματα και το ίδιο κεκλιμένο επίπεδο γίνονταν σε έναν άλλον τόπο όπου η βαρυτική επιτάχυνση έχει άλλη τιμή, θα άλλαζαν οι παρατηρήσεις των μαθητών και τα αποτελέσματα των υπολογισμών σας; Εξηγείστε.

Μονάδες 5

Α΄ Λυκείου

<u>Συνοπτικές απαντήσεις</u>

Θεωρητικό Μέρος

ΘΕΜΑ Α

	α	β	γ	δ
Α1.	**Λ**	**Σ**	**Λ**	**Σ**
Α2.	**Λ**	**Σ**	**Λ**	**Σ**
Α3.	**Λ**	**Λ**	**Σ**	**Σ**
Α4.	**Λ**	**Σ**	**Λ**	**Σ**
Α5.	**Λ**	**Σ**	**Λ**	**Σ**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστό το **β**

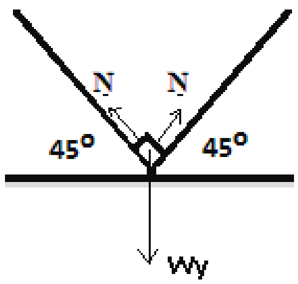
Από την κινηματική έχουμε: $υ = αt$ και $S = \frac{1}{2}αt^2$ οπότε $S = \frac{υ^2}{2α}$

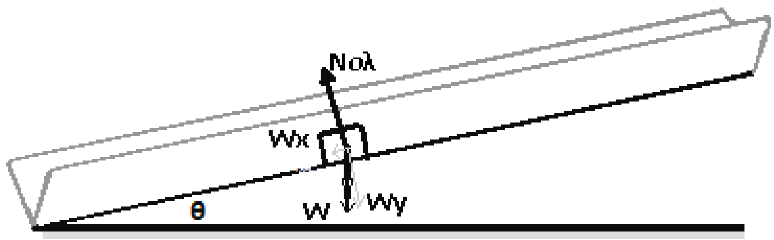
Για το <u>σώμα 1</u>: $F = m.α_1 \Rightarrow α_1 = \frac{F}{m}$ (1) και για το <u>σώμα 2</u>: $F - W = m.α_2 \Rightarrow α_2 = \frac{F - W}{m}$ (2)

Αλλά $S_2 = 3S_1 \Rightarrow \frac{υ^2}{2α_2} = 3\frac{υ^2}{2α_1} \Rightarrow α_1 = 3α_2$ (3)

(1), (2), (3) $\Rightarrow \boxed{F = \frac{3}{2}W}$

Β2. Σωστό το **γ**





Είναι: $N_1 = N_2 = N$ (με ανάλυση των N σε κάθετες συνιστώσες για σώμα που ισορροπεί οπότε, $N_{1x}=N_{2x} \Rightarrow N_1=N_2$).

Επίσης για το κεκλιμένο επίπεδο: $Wy = mgσυνθ$, $Wx = mgημθ$. Οπότε θα είναι, κατόπιν σύνθεσης των N ή και ανάλυσης της Wy:

$N\sqrt{2} = Wy = mgσυνθ \Rightarrow N = mg\frac{\sqrt{2}}{2}συνθ$

$T_1 = T_2 = T \Rightarrow T = μN \Rightarrow T = μmg\frac{\sqrt{2}}{2}συνθ$

Αλλά $α = \frac{ΣF}{m} \Rightarrow α = \frac{mgημθ - 2T}{m} \Rightarrow \boxed{\mathbf{α = g(ημθ - μ\sqrt{2}\,συνθ)}}$

B3. Σωστό το **α**

Αν t ο χρόνος άφιξης προκειμένου να είναι συνεπής, από την Ε.Ο.Κ. έχουμε:

$υ = \frac{240}{t+2} \Rightarrow t = \frac{240 - 2υ}{υ}$ (1) και $V = \frac{240}{t}$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow \boxed{\mathbf{V = \frac{120υ}{120 - υ}}}$

ΘΕΜΑ Γ

Πειραματικό Μέρος

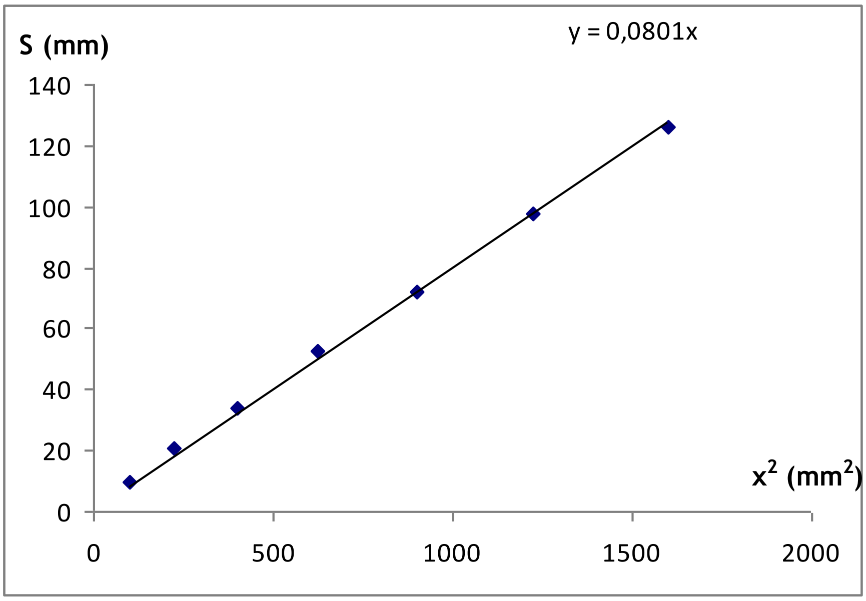
Γ1. Η ενέργεια ελαστικότητας $U = \frac{1}{2}kx^2$ μεταβιβάζεται στο σώμα (Σ) και εμφανίζεται με τη μορφή κινητικής ενέργειας $K = \frac{1}{2}mυ_0^2$, οπότε αγνοώντας τυχόν απώλειες κατά την κρούση έχουμε: $U = K \Rightarrow kx^2 = mυ_0^2 \Rightarrow υ_0^2 = \frac{kx^2}{m}$ (1)

Το σώμα επιβραδύνεται εξαιτίας της τριβής οπότε: $ΣF = mα \Rightarrow T = mα \Rightarrow μmg = mα \Rightarrow α = μg$ (2) Αλλά $S = \frac{υ_0^2}{2α}$ οπότε με τη χρήση των (1) και (2) προκύπτει $\boxed{\mathbf{S = \frac{kx^2}{2μmg}}}$ (3)

Γ2.

χ (mm)	10	15	20	25	30	35	40
S (mm)	10	21	34	53	72	98	126
$χ^2$ (mm^2)	**100**	**225**	**400**	**625**	**900**	**1225**	**1600**

Στην εξίσωση (3) οι μεταβλητές που συνδέονται με αναλογία είναι οι **S** και **x^2** επομένως στο διάγραμμα θα απεικονίζεται το γράφημα της συνάρτησης **S = f(x^2)** που αναμένεται να είναι ευθεία, διερχόμενη από την αρχή των αξόνων.



Γ3. **α.** Από το διάγραμμα είναι: $\boxed{\textbf{Κλίση} \approx \mathbf{0{,}08\ mm^{-1}}}$

β. Η εξίσωση (3) όμως αν γραφεί στη μορφή $\frac{S}{x^2} = \frac{k}{2μmg}$ συσχετίζεται με την κλίση που είναι ο λόγος $\frac{S}{x^2}$ και τελικά έχουμε: $\boxed{\textbf{Κλίση} = \mathbf{\frac{k}{2μmg}}}$

Γ4. Αφού mg = ky (ζύγιση σώματος), η κλίση γίνεται: Κλίση = $\frac{1}{2\mu y} \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}25}$

Γ5. Από mg = ky $\Rightarrow \boxed{k = 20\ N/m}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Οι μάζες είναι όμοιες και ίδια η επιτάχυνσή τους, οπότε: ΣF = m_1.α = m_2.α =m.α.

Την πρώτη φορά: $T - T_1 = F_1 - T - T_2 \Rightarrow F_1 = 2T + T_2 - T_1 \Rightarrow F_1 = 2W + \mu_2 W - \mu_1 W$

Τη δεύτερη φορά: $T - T_2 = F_2 - T - T_1 \Rightarrow F_2 = 2T + T_1 - T_2 \Rightarrow F_2 = 2W + \mu_1 W - \mu_2 W$

Άρα $\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{2 + \mu_2 - \mu_1}{2 + \mu_1 - \mu_2}}$

Δ2. **1η παρατήρηση**

Για την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση του συστήματος των δύο σωμάτων με το νήμα τεντωμένο:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{2m} = \frac{2mg\eta\mu\phi_1 - \mu_1 mg\sigma\upsilon\nu\phi_1 - \mu_2 mg\sigma\upsilon\nu\phi_1}{2m} \Rightarrow \alpha = g(\eta\mu\phi_1 - \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}\sigma\upsilon\nu\phi_1)$$

$$\upsilon = \sqrt{2a\frac{l}{2}} = \sqrt{al}\,(1)$$

Για την ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση του (2) μετά την επαφή του (1) με το δάπεδο:

$$\alpha' = g(\mu_2\sigma\upsilon\nu\phi_1 - \eta\mu\phi_1)$$

$$\frac{l}{2} = \frac{\upsilon^2}{2\alpha'} \xrightarrow{(1)} \alpha = \alpha' \Rightarrow \eta\mu\phi_1 - \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}\sigma\upsilon\nu\phi_1 = \mu_2\sigma\upsilon\nu\phi_1 - \eta\mu\phi_1 \Rightarrow$$

$$\mu_1 + 3\mu_2 = 4\varepsilon\phi\phi_1 \Rightarrow \mu_1 + 3\mu_2 = 1{,}6$$

2η παρατήρηση

Ισόχρονη κίνηση των σωμάτων.

$$\alpha_1 = g(\eta\mu\phi_2 - \mu_1\sigma\upsilon\nu\phi_2), \alpha_2 = g(\eta\mu\phi_2 - \mu_2\sigma\upsilon\nu\phi_2)$$

$$\frac{l}{2} = \frac{1}{2}a_2 t^2, l = \frac{1}{2}a_1 t^2, \alpha_1 = 2\alpha_2 \Rightarrow \eta\mu\phi_2 - \mu_1\sigma\upsilon\nu\phi_2 = 2(\eta\mu\phi_2 - \mu_2\sigma\upsilon\nu\phi_2) \Rightarrow 2\mu_2 - \mu_1 = \varepsilon\phi\phi_2 = 0{,}9$$

Από τη λύση του συστήματος: $\boxed{\mu_1 = 0{,}1}$ **και** $\boxed{\mu_2 = 0{,}5}$

Οπότε και : $\boxed{\frac{F_1}{F_2} = 1{,}5}$

Δ3. Όσο η απαιτούμενη τιμή τριβής σε κάθε σώμα είναι μικρότερη από την οριακή το νήμα δεν τεντώνεται ώστε να ασκεί δυνάμεις στα άκρα του. Πρώτα στο σώμα (1) η τριβή αποκτά την οριακή της τιμή, οπότε έκτοτε, καθώς η κλίση αυξάνεται, το νήμα ασκεί δυνάμεις (τάσεις). Το όριο ολίσθησης παρατηρείται σε εκείνη τη θέση του κ.ε. όπου η τριβή στο σώμα 2 φτάνει στην οριακή της τιμή. Τότε ισχύει:

$$W_x = T + T_{1,o\rho}$$

$$W_x + T = T_{2,o\rho}$$

$$2W_x = T_{1,o\rho} + T_{2,o\rho} \Rightarrow 2W\eta\mu\phi = W(\mu_{1,o\rho} + \mu_{2,o\rho})\sigma\upsilon\nu\phi \Rightarrow \varepsilon\phi\phi = \frac{\mu_{1,o\rho} + \mu_{2,o\rho}}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\varepsilon\phi\phi = 0{,}36}$$

Δ4. **Όχι,** τόσο τα αποτελέσματα των πειραμάτων όσο και των υπολογισμών είναι ανεξάρτητα της τιμής της βαρυτικής επιτάχυνσης g.

ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ ΦΥΣΙΚΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

5 Μαρτίου 2017

ΘΕΜΑ Α

*Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό κάθε πρότασης και δίπλα το γράμμα **Σ**, για τη σωστή πρόταση, και το γράμμα **Λ** για τη λανθασμένη, **χωρίς αιτιολόγηση**.*

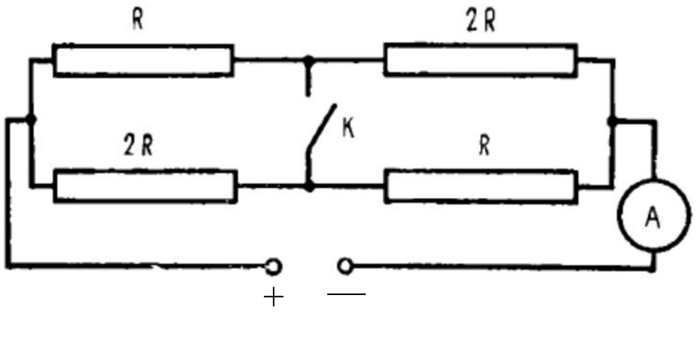
*Κάθε υποερώτημα βαθμολογείται με **δύο (2)μονάδες.***

Α1. Ένα βέλος εκτοξεύεται οριζόντια, κατευθείαν προς το κέντρο ενός στόχου που απέχει 10m. Το βέλος χτυπά τον στόχο κατά 0.2m κάτω από το κέντρο του. Αγνοώντας την αντίσταση του αέρα, η αρχική ταχύτητα του βέλους ήταν 100m/s. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$

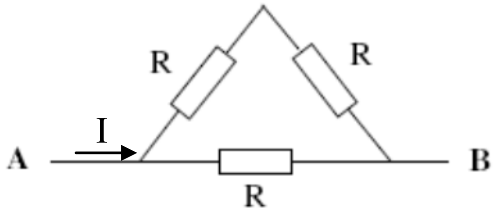
Α2. Όταν δύο αντιστάτες με αντιστάσεις R1 και R2 συνδεθούν παράλληλα και η ισοδύναμη αντίσταση είναι 5Ω, υποχρεωτικά η μια από τις αντιστάσεις είναι μεγαλύτερη από 5Ω και η άλλη είναι μικρότερη από 5Ω.

Α3. Μια μικρή σφαίρα κινείται διαγράφοντας κατακόρυφη κυκλική τροχιά με ταχύτητα σταθερού μέτρου. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στη σφαίρα, είναι μεγαλύτερο στο ανώτερο σημείο της τροχιάς απ' ότι στο κατώτερο σημείο της.

Α4. Όταν κλείσει ο διακόπτης Κ η ένδειξη του αμπερομέτρου θα μεγαλώσει



Α5. Αν η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Β είναι ίση με V, τότε η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος Ι ισούται με 2V/3R



Α6. Ο Αστερίξ και ο Οβελίξ κάνουν πατινάζ στην επιφάνεια μιας παγωμένης κυκλικής λίμνης. Ο Οβελίξ εκτός από την πτώση που είχε όταν ήταν μικρός μέσα στο καζάνι με το μαγικό φίλτρο, έχει και τριπλάσια μάζα από τον Αστερίξ. Ενώ είναι ακίνητοι στο κέντρο της λίμνης, ο Οβελίξ σπρώχνει τον Αστερίξ. Ο Οβελίξ θα φτάσει στην όχθη της Λίμνης σε διπλάσιο χρόνο σε σχέση με αυτόν που χρειάστηκε ο Αστερίξ.

Α7. Δύο ίδιοι αντιστάτες αντίστασης R ο καθένας συνδέονται : (Α) παράλληλα και (Β) σε σειρά. Αν τροφοδοτήσουμε κάθε συνδεσμολογία με την ίδια ιδανική πηγή τάσης V τότε η ισχύς του κυκλώματος (Α) είναι τετραπλάσια από την ισχύ του κυκλώματος (Β).

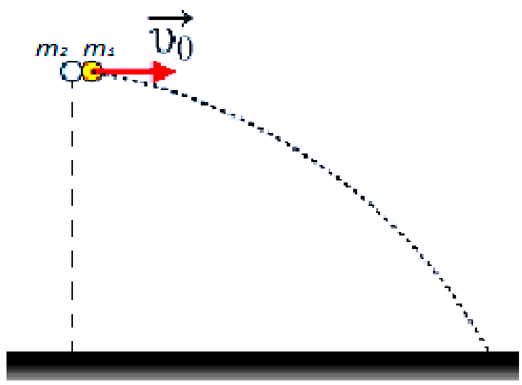
Α8. Μια μπάλα μάζας Μ πέφτει με κατακόρυφη ταχύτητα υ στο έδαφος και ανακλάται με ταχύτητα ίσου μέτρου. Η δύναμη που δέχεται η μπάλα από το έδαφος είναι ίση με το βάρος της.

Α9. Ένα βλήμα μάζας m βάλλεται οριζόντια από ένα όπλο που ηρεμεί πάνω σε μια λεία και οριζόντια επιφάνεια. Η μάζα του όπλου είναι Μ. Αν η κινητική ενέργεια του βλήματος , μετά την εκπυρσοκρότηση είναι Κ , το όπλο θα ανακρουστεί με μια κινητική ενέργεια ίση με Km/M

Α10. Αν εκτονώσουμε ισοβαρώς ένα αέριο μέχρι να τετραπλασιαστεί ο όγκος του, τότε η ενεργός ταχύτητα των μορίων τετραπλασιάζεται.

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Β1. Σώμα (1) και σώμα (2) με ίσες μάζες $m_1=m_2=m$ βρίσκονται ακίνητα στο ίδιο ύψος πάνω από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε το σώμα (1) οριζόντια με ταχύτητα $υ_ο$, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε να πέσει ελεύθερο το σώμα (2). Το σώμα (2) φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου $υ_ο$. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και για τα δύο σώματα.

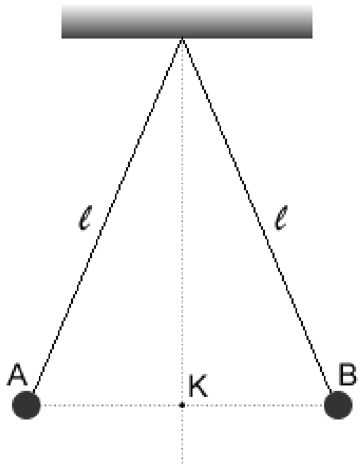


Το ποσοστό επί τοις εκατό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος (1) στη χρονική διάρκεια από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι τη στιγμή ελάχιστα πριν φτάσει στο έδαφος ισούται με:

α. 100% **β.** 200% **γ.** -100% **2 μονάδες**

Δικαιολογήστε την απάντησή σας **8 μονάδες**

Β2. Οι σημειακές σφαίρες του σχήματος είναι φορτισμένες και ισορροπούν στις άκρες των δύο αβαρών νημάτων. Η κάθε μία έχει μάζα 1g και το κάθε νήμα έχει μήκος *l*. Η σφαίρα στο σημείο Α έχει φορτίο +0,4μC και αυτή στο σημείο Β έχει φορτίο +0,5μC.



i. Αν η τάση στο νήμα που συγκρατεί τη σφαίρα Α είναι $0.01\sqrt{2}$ N, να υπολογίσετε την ένταση του πεδίου στο σημείο Κ.

10 μονάδες

ii. Αν εκφορτίσουμε ακαριαία τις δύο σφαίρες να υπολογίσετε τις ταχύτητές τους τη στιγμή της κρούσης καθώς και την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, αν αυτή θεωρηθεί πλαστική. Δίνονται $g=10 m/s^2$ και $k=9\cdot 10^9 N\cdot m^2/C^2$.

10 μονάδες

<u>ΘΕΜΑ Γ</u> (ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ)

<u>Α. Θεωρία</u>

Από τη θεωρία γνωρίζετε ότι η αντίσταση ενός κυλινδρικού αγωγού μήκους ***L*** και διατομής ***S*** εξαρτάται από τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά και δίνεται από τη σχέση:

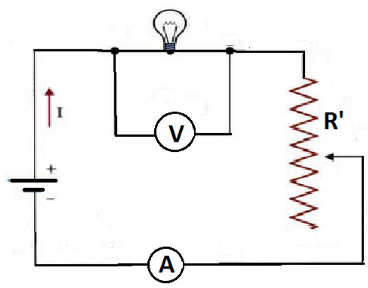
$$R = \rho \frac{L}{S} \qquad (1)$$

όπου ***ρ*** η ειδική αντίσταση που εξαρτάται από τη φύση του υλικού και τη <u>θερμοκρασία</u>. Αν μάλιστα δεχθούμε αμελητέα τη μεταβολή των γεωμετρικών διαστάσεων του αγωγού λόγω της θερμικής διαστολής, τότε η μεταβολή της αντίστασής με τη θερμοκρασία, περιγράφεται από μια σχέση της μορφής: $R_\theta = R_0\,(1 + \alpha\theta)$ *(2)*

όπου ***θ*** η θερμοκρασία, R_0 η τιμή της αντίστασης στους $\theta=0^0C$ και ***α*** είναι μια σταθερά που λέγεται θερμικός συντελεστής ειδικής αντίστασης και εξαρτάται από το υλικό του αγωγού και μετριέται σε $grad^{-1}$.

<u>Β. Πείραμα-μετρήσεις</u>

Με τη βοήθεια της πειραματικής διάταξης του σχήματος, η οποία περιλαμβάνει: λαμπτήρα πυρακτώσεως, βολτόμετρο, αμπερόμετρο, πηγή συνεχούς τάσεως και μεταβλητή αντίσταση R΄, με την οποία ρυθμίζεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, πήραμε τις μετρήσεις που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (ΠΙΝΑΚΑΣ Ι).

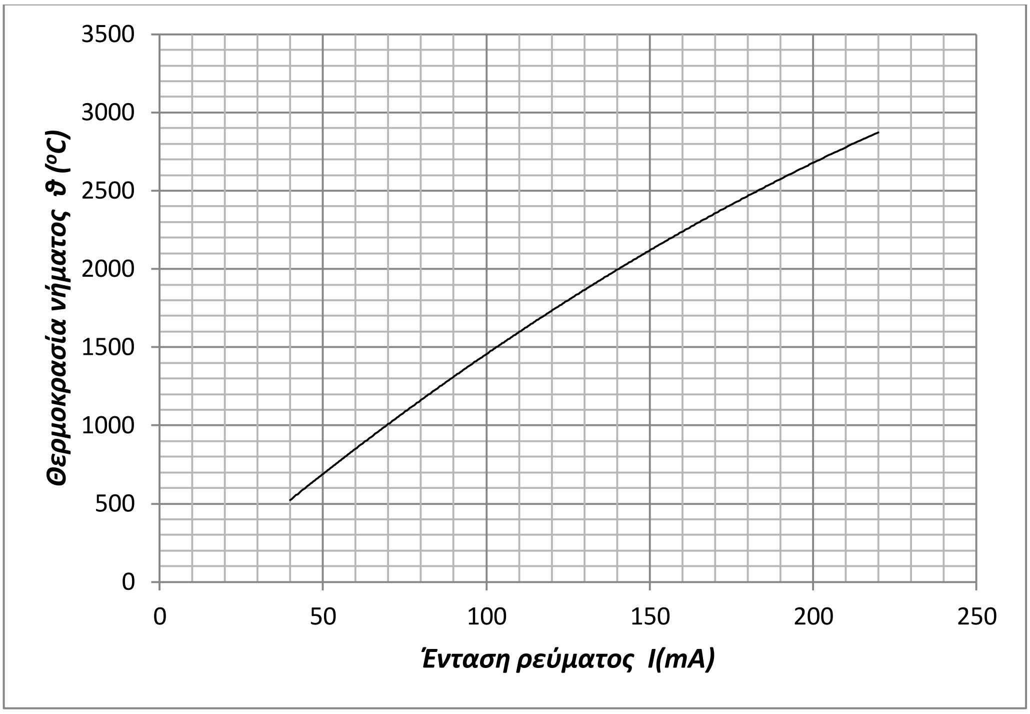


<u>Πίνακας Ι</u>

α/α	*I (mA)*	*V (Volt)*

1.	0	0
2.	40	0,50
3.	70	1,15
4.	100	2,27
5.	130	3,68
6.	160	5,34
7.	190	7,26
8.	220	9,56

Στο παρακάτω διάγραμμα (Διάγραμμα Ι) φαίνεται πως μεταβάλλεται η θερμοκρασία του νήματος του λαμπτήρα σαν συνάρτηση με την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.



Διάγραμμα Ι

<u>Γ. Επεξεργασία δεδομένων – αποτελέσματα</u>

<u>ΠΡΟΣΟΧΗ!</u> Όλες οι απαντήσεις και τα γραφήματα θα δοθούν στο παράρτημα που συνοδεύει το φύλλο των θεμάτων και θα παραδοθεί στο τέλος μαζί με το τετράδιο!

Γ1. Για κάθε ζεύγος τιμών V και I που μετρήσατε υπολογίστε την αντίσταση R του λαμπτήρα και καταχωρήστε τα αποτελέσματα στον πίνακα Ι (παράρτημα).

Μονάδες 2

Γ2. Με βάση τις τιμές του πίνακα να σχεδιάστε την καμπύλη της διαφοράς δυναμικού V ως συνάρτηση του ρεύματος I, στο διάγραμμα ΙΙ (παράρτημα). Τι διαπιστώνετε; ισχύει ο νόμος του Ohm για την αντίσταση του λαμπτήρα; εξηγήστε.

Μονάδες 8

Γ3. Από την καμπύλη του διαγράμματος Ι, που δίνει τη θερμοκρασία του νήματος συναρτήσει του ρεύματος, βρείτε τις τιμές της θερμοκρασίας που αντιστοιχούν στις τιμές του ρεύματος Ι που διαρρέει του λαμπτήρα και καταχωρήστε τις στον Πίνακα Ι (παράρτημα).

Μονάδες 3

Γ4. Σχεδιάστε την καμπύλη της αντίστασης R του λαμπτήρα, ως συνάρτηση της θερμοκρασίας του νήματος θ, στο διάγραμμα ΙΙΙ (παράρτημα).

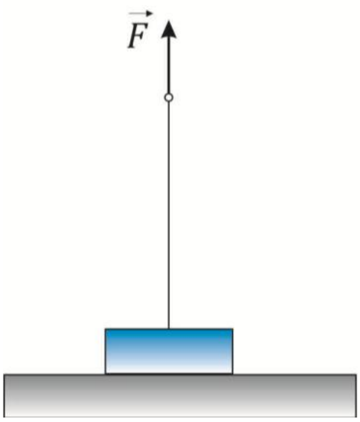
Μονάδες 7

Γ5. Το διάγραμμα ΙΙΙ που κατασκευάσατε εκφράζει πειραματικά τη σχέση (2). Από την κλίση της καμπύλης R(θ) υπολογίστε τον θερμικό συντελεστή αντίστασης ***α***, του νήματος του λαμπτήρα και εκτιμήστε την τιμή της R_0.

Μονάδες 5

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Σώμα μάζας m=1kg ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Με τη βοήθεια αβαρούς και μη εκτατού νήματος του ασκούμε κατακόρυφη δύναμη που έχει μέτρο $F=\lambda\cdot t$, όπου λ θετική σταθερά με μονάδα N/s.



Δ1. Αν η δύναμη F ενεργεί για χρονικό διάστημα $\Delta t=30N/\lambda$ και στη συνέχεια καταργείται, να σχεδιάσετε το διάγραμμα της <u>συνισταμένης</u> δύναμης που δέχεται το σώμα, σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μονάδες 10

Δ2. Να βρείτε:

i. τη σχέση που συνδέει την ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο και για το χρονικό διάστημα από $t_1=0$ s έως και $t_2=30N/\lambda$

Μονάδες 7

ii. την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=30N/\lambda$.

Μονάδες 2

Δ3. Σε πόσο ύψος πάνω από το σημείο στο οποίο καταργήθηκε η F θα φτάσει το σώμα.

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\,m/s^2$

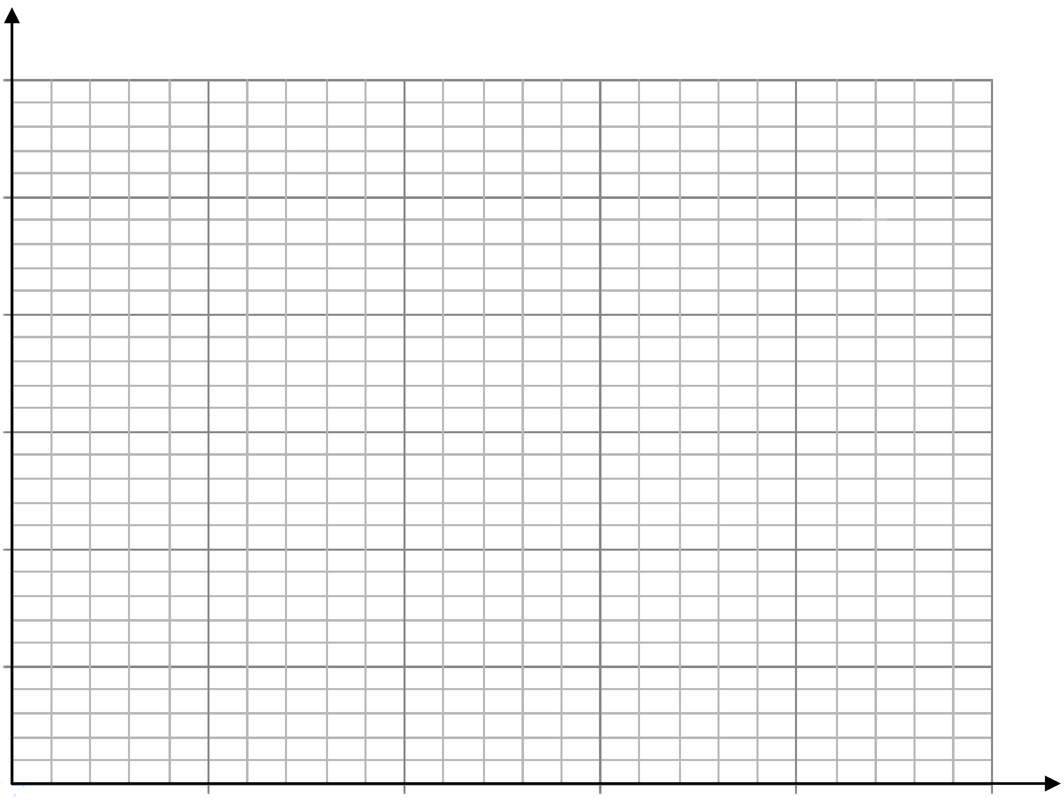
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

<u>ΠΡΟΣΟΧΗ!</u> Όλες οι απαντήσεις και τα γραφήματα του 3^{ου} πειραματικού θέματος <u>θα δοθούν εδώ</u> και το φύλλο θα παραδοθεί στο τέλος μαζί με το τετράδιο!

1. ***<u>Πίνακας Ι</u>***

α/α	***I (mA)***	***V (Volt)***	***R (Ω)***	***ϑ (^{0}C)***
1.	0	0		
2.	40	0,50		
3.	70	1,15		
4.	100	2,27		
5.	130	3,68		
6.	160	5,34		
7.	190	7,26		
8.	220	9,56		

2. ***<u>Διάγραμμα ΙΙ</u>***



………

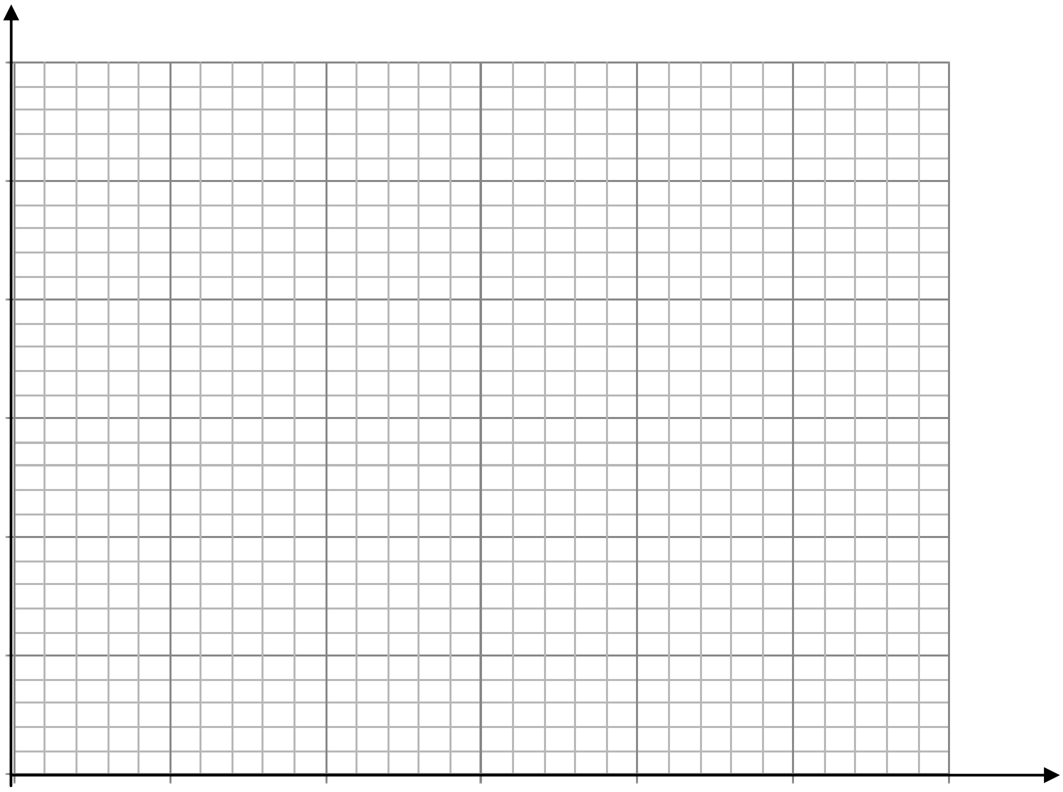
………

………

……

……

4. ***<u>Διάγραμμα ΙΙΙ</u>***



5. Υπολογισμοί: ………………………………………………………………………………………………………

……

……

……

……

……

……

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ ΦΥΣΙΚΗΣ Β'ΛΥΚΕΙΟΥ ΤΗΣ ΕΕΦ 2017

ΘΕΜΑ Α

Α1 - Λ	**Α2 - Λ**	**Α3 - Λ**	**Α4 - Σ**	**Α5 - Λ**
Α6 - Λ	**Α7 - Σ**	**Α8 - Λ**	**Α9 - Σ**	**Α10 - Λ**

ΘΕΜΑ Β

Β1. **Η σωστή απάντηση είναι η α.**

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m_1\upsilon^2$$

Όμως $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}$ όπου $\upsilon_x = \upsilon_0$ και $\upsilon_y = gt = \upsilon_0$ αφού αφήνεται το m_2 από το ίδιο ύψος και το m_1 εκτοξεύεται από εκεί. Άρα $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_0^2} = \upsilon_0\sqrt{2}$.

Π%= $\frac{K\tau\varepsilon\lambda - K\alpha\rho\chi}{K\alpha\rho\chi}$.100% $= \frac{2.U_0^2 - U_0^2}{U_0^2}$. 100% = 100%

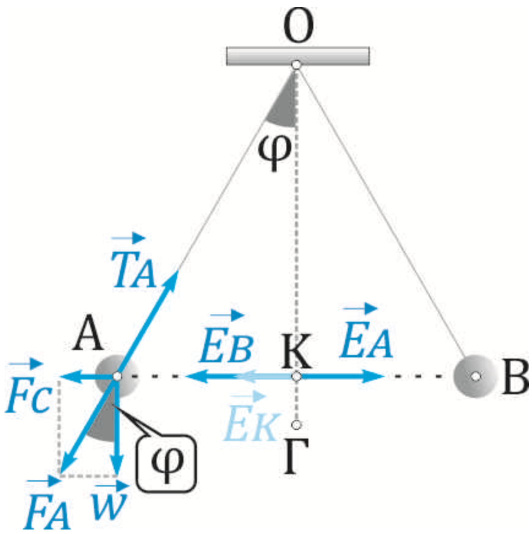
Β2. i. Η δύναμη Coulomb έχει το ίδιο μέτρο για κάθε φορτίο, οπότε λόγω συμμετρίας του προβλήματος, έχουμε και την ίδια τάση νήματος Τ. Αναλύουμε την τάση σε δύο κάθετες συνιστώσες, έχουμε λόγω της ισορροπίας:

$$T_y = W \Rightarrow T\cdot\sigma\upsilon\nu\phi = W \Rightarrow 0.01\sqrt{2}.\sigma\upsilon\nu\phi = 0.01 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \phi = 45^o$$

Λόγω συμμετρίας, τα νήματα είναι κάθετα μεταξύ τους, οπότε η απόσταση των δύο φορτίων θα είναι $s = \ell\sqrt{2}$ (υποτείνουσα ορθογωνίου ισοσκελούς).

Κατόπιν για το σημείο Κ θα έχουμε: (*)

$$AK = KB = \frac{\ell\sqrt{2}}{2}$$



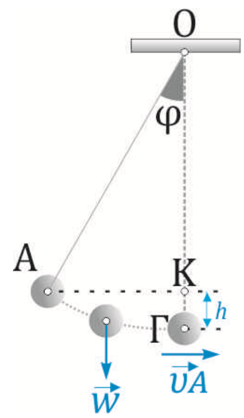
$$F_c = W \Rightarrow 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,2 \cdot 10^{-12}}{2\ell^2} = 0,01 \Rightarrow \ell = 0,3\text{m},$$

$$E_k = k\frac{|Q_A - Q_B|}{\left(0,15\sqrt{2}\right)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,1 \cdot 10^{-6}}{450 \cdot 10^{-4}} = \boxed{2 \cdot 10^4 \text{N/C}}$$

Το διάνυσμα της $E_κ$ θα έχει φορά προς τα αριστερά.

ii. Μετά την εκφόρτισή τους (δεν υπάρχει πια ηλεκτρική δύναμη), οι σφαίρες θα συγκρουστούν σε κατακόρυφη απόσταση h κάτω από το Κ. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται οπότε έχουμε:

$$K + U = K' + U' \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mυ^2 + 0 \Rightarrow υ = \sqrt{2gh}(1)$$



Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΟΚ (ή ΒΟΚ) έχουμε:

$h = \ell - \ell \cdot συνφ \Rightarrow h = \ell \cdot (1 - συνφ) = \ell \cdot (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \cong 0,09\text{m}$, οπότε έχουμε από την (1):

$$υ_A = υ_B = υ = \sqrt{2gh} \Rightarrow υ = \sqrt{2gh} \cong \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,09} = \sqrt{1,8}\ \text{m/s}.$$

(*ακριβέστερα* $υ = \sqrt{3 \cdot (2 - \sqrt{2})}\ \text{m/s}$

Ακολούθως οι δύο σφαίρες έχοντας ταχύτητες ίδιου μέτρου, συγκρούονται πλαστικά και παραμένουν ως συσσωμάτωμα **ακίνητες** στο σημείο της σύγκρουσης λόγω της Α.Δ.Ο., δηλαδή: $mυ_A - mυ_B = (m+m)V$ ή $V = \frac{mυ_A - mυ_B}{2m}$ ή $V = 0$

(*) Αν κανείς εργαστεί με Π.Θ, δηλ. παίρνοντας

$$T^2 = W^2 + F_c^2 \Rightarrow$$

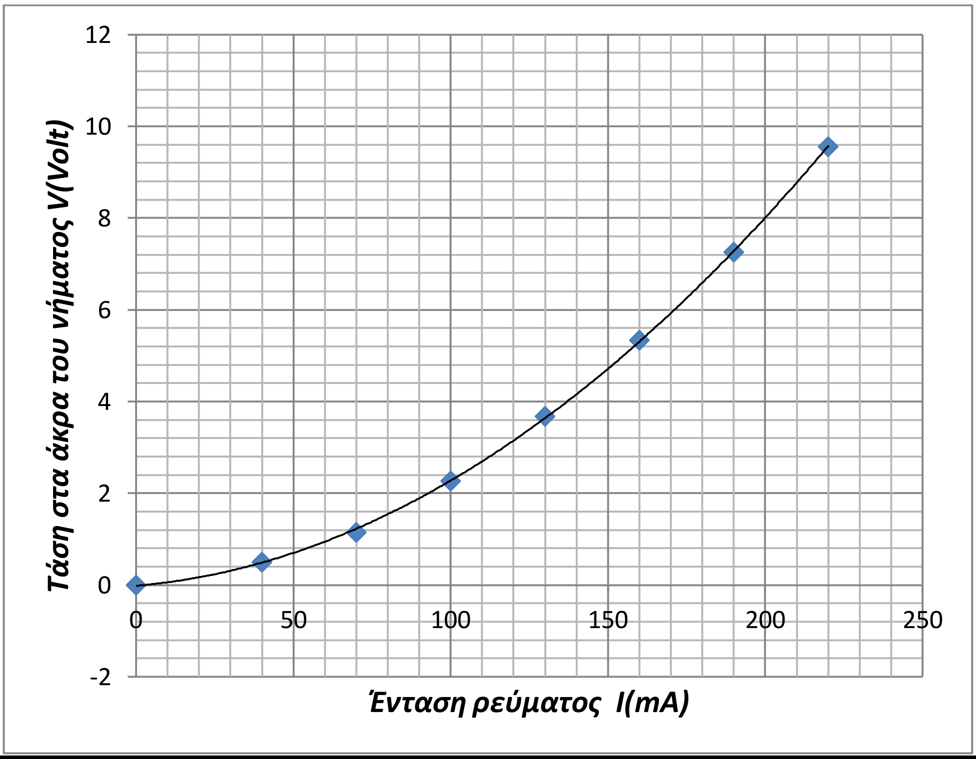
$$2 \cdot 10^{-4} = 10^{-4} + 9 \cdot 10^9 \frac{0,2 \cdot 10^{-12}}{s^2} \Rightarrow s = 0,3\sqrt{2}\text{m}$$

ΘΕΜΑ Γ (ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ)

Γ*1.* ***<u>Πίνακας I</u>***

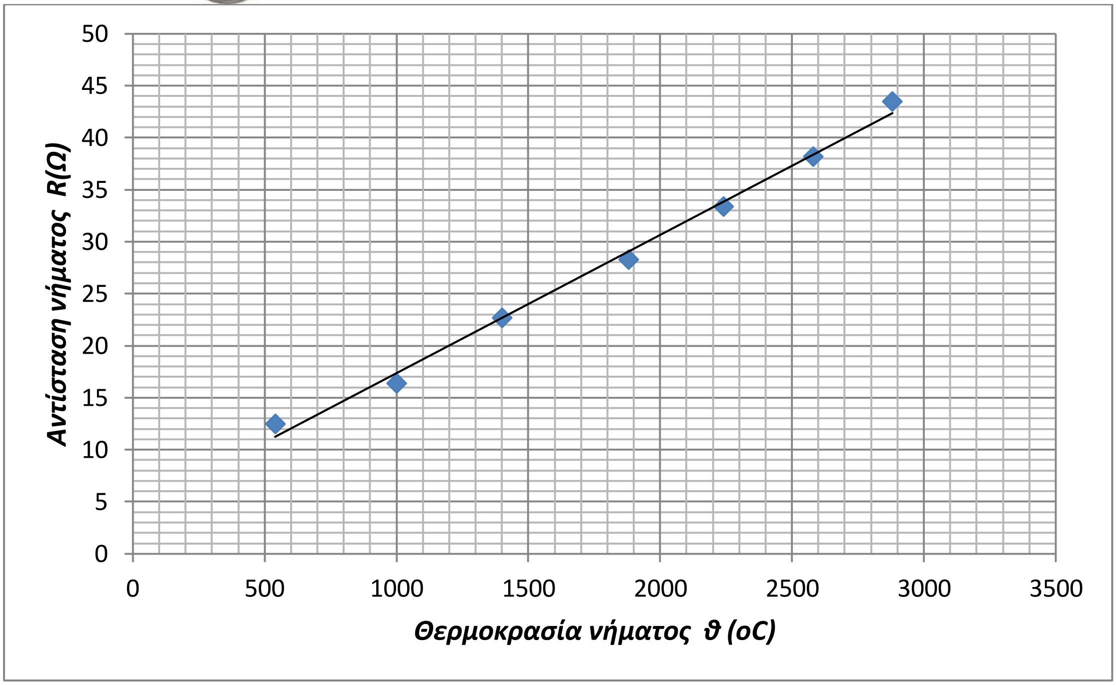
α/α	*I (mA)*	*V (Volt)*	*R (Ω)*	*θ (^{0}C)*
1.	0	0	-	-
2.	40	0,50	12,5	540
3.	70	1,15	16,4	1000
4.	100	2,27	22,7	1400
5.	130	3,68	28,3	1880
6.	160	5,34	33,4	2240
7.	190	7,26	38,2	2580
8.	220	9,56	43,5	2880

Γ2. ***<u>Διάγραμμα II</u>***



<u>Σχόλια:</u> *Όπως φαίνεται από το παραπάνω διάγραμμα (καμπύλη) τα μεγέθη V και I δεν μεταβάλλονται ανάλογα. Επομένως <u>ο νόμος του ohm δεν ισχύει</u>. Η «κλίση» μάλιστα της καμπύλης V=f(I), -που εκφράζει την αντίσταση- συνέχεια μεγαλώνει, πράγμα που αναμέ-νεται από τη θεωρία (σχέση (2)).*

Γ4. Διάγραμμα III



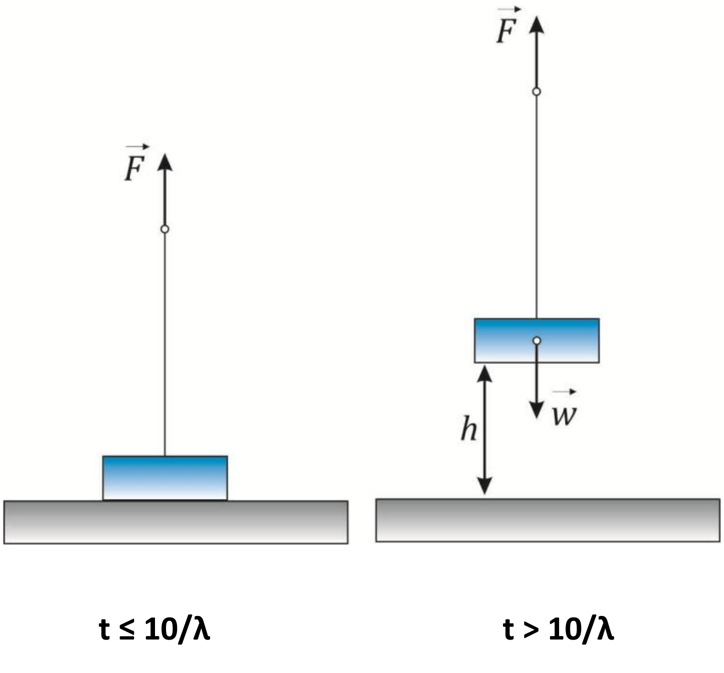
Γ5. Υπολογισμοί:

*Ο υπολογισμός του **α** γίνεται από την «κλίση» της καμπύλης, η δε τιμή του $\boldsymbol{R_o}$ είναι το σημείο τομής της καμπύλης με τον άξονα των αντιστάσεων. Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων στο excel δίνει: **R**=4,0663+0,0133**θ** απ΄ όπου προκύπτει ότι:*

$\boldsymbol{R_o = 4{,}0663\ \Omega}$ *και* $\boldsymbol{\alpha=3{,}27\cdot 10^{-3}\ {}^0C^{-1}}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Όσο δύναμη F είναι μικρότερη ή ίση από το βάρος του σώματος μάζας m το σώμα θα παραμένει ακίνητο στο οριζόντιο επίπεδο:

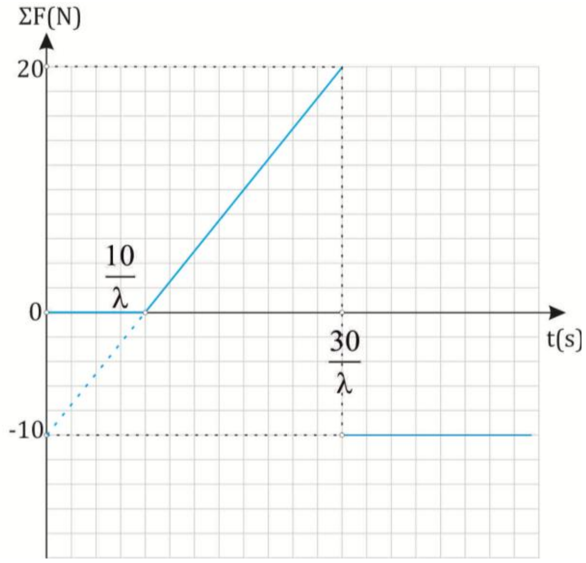
$$F \leq mg \Rightarrow \lambda t \leq mg \Rightarrow t \leq \frac{mg}{\lambda} = \frac{10}{\lambda} s$$

Για $0 \leq t \leq 10/\lambda$ έχουμε ΣF=0

Μόλις ο χρόνος περάσει την τιμή 10/λ s τότε η συνισταμένη δύναμη αναγκάζει το σώμα να κινηθεί κατακόρυφα προς τα πάνω. Με δεδομένο ότι η δύναμη F δεν υφίσταται μετά από χρόνο Δt=30/λ s θα έχουμε:
Για την αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα ισχύει:
$\Sigma F = F - mg$ ή

$$\Sigma F = \begin{cases} F - mg, & 0 \leq t < \dfrac{30}{\lambda} s \\ -mg, & t \geq \dfrac{30}{\lambda} s \end{cases}$$ ή

$$\Sigma F = \begin{cases} \lambda t - 10, & 0 \leq t < \dfrac{30}{\lambda} s \\ -10, & t \geq \dfrac{30}{\lambda} s \end{cases}$$



Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δ2. i. Από το παραπάνω διάγραμμα $\Sigma F(t)$, το εμβαδό του τριγώνου ισούται αριθμητικά με τη μεταβολή της ορμής:

$$\Delta p = \Sigma F \cdot \Delta t \Rightarrow m\upsilon - 0 = \frac{1}{2}(F - mg)\left(t - \frac{10}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$\upsilon = \frac{1}{2}(\lambda t - 10)\left(\frac{\lambda t - 10}{\lambda}\right) \Rightarrow \ \upsilon = \frac{1}{2\lambda}(\lambda t - 10)^2 \ \ (2)$$

ii) Από τη σχέση (2) και για t=30/λ έχουμε $\upsilon = \dfrac{200}{\lambda} m/s$

Δ3. Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ από το σημείο που καταργήθηκε η F για t=30/λ μέχρι να σταματήσει στιγμιαία: $\dfrac{1}{2}m\upsilon^2 = mgh$ ή $h = \dfrac{\upsilon^2}{2g}$ ή $h = \dfrac{2000}{\lambda^2}$ m

ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ ΦΥΣΙΚΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

5 Μαρτίου 2017

ΘΕΜΑ Α

*Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό κάθε πρότασης και δίπλα το γράμμα **Σ**, για τη σωστή πρόταση, και το γράμμα **Λ** για τη λανθασμένη, **χωρίς αιτιολόγηση.***

Α1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F = -b\upsilon$, και η σταθερά απόσβεσης b είναι πολύ μικρή. Το ποσοστό μείωσης του πλάτους και η απώλεια ενέργειας, ανά μια περίοδο, διαρκώς μειώνονται.

Α2. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση με $\omega_{\varepsilon\xi} \neq \omega_o$ η ενέργεια που προσφέρει ο διεγέρτης στο σύστημα στη διάρκεια μιας περιόδου, μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια, δυναμική ενέργεια και θερμότητα.

Α3. Σε μία χορδή, η οποία ταυτίζεται με τον ημιάξονα Ox, διαδίδεται αρμονικό κύμα που δημιουργείται από πηγή, η οποία ταλαντώνει το άκρο O της χορδής (σημείο αναφοράς $x = 0$) με εξίσωση $y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$. Το υλικό σημείο Γ της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x_\Gamma = +4\lambda$ φτάνει για 1^η φορά στη θέση $y = A\frac{\sqrt{2}}{2}$ με $\upsilon > 0$ τη χρονική στιγμή $\frac{33T}{8}$.

Α4. Ιδανικού ρευστό ρέει σε κάποιο σωλήνα. Κάποια στιγμή που η κινητική της ενέργεια έχει αυξηθεί κατά 180 J, η δυναμική της ενέργεια έχει ελαττωθεί κατά 60 J. Η ενέργεια που προσφέρθηκε στο ρευστό λόγω διαφοράς πίεσης είναι 240 J.

Α5. Το δεξί άκρο μιας χορδής μήκους L είναι ακλόνητα στερεωμένο ενώ το αριστερό εκτελεί Α.Α.Τ. συχνότητας f. Το κύμα που δημιουργείται έχει μήκος κύματος $\lambda = 0,4m$ και συμβάλλοντας με το εξ ανακλάσεως κύμα δημιουργεί στάσιμο κύμα, με κοιλία στο αριστερό άκρο της χορδής. Το ελάχιστο μήκος που μπορεί να έχει η χορδή ισούται με $L_{min} = 0,4m$.

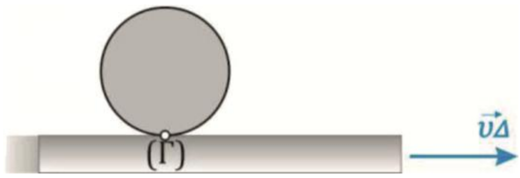
Α6. Ένα σώμα που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα έχει στροφορμή μέτρου L_0. Αν ασκήσουμε στο σώμα σταθερή ροπή μέτρου **τ**, τότε αυτό επιταχύνεται και μετά από χρόνο $\frac{L_0}{2\tau}$, το μέτρο της στροφορμής του γίνεται $\frac{3L_0}{2}$.

Α7. Μια υδραυλική εγκατάσταση έχει μεταβλητό εμβαδόν διατομής. Από μια είσοδο 1 διατομής A εισέρχεται υγρό πυκνότητας ρ με ταχύτητα υ. Από μια είσοδο 2 διατομής $2A$ εισέρχεται υγρό πυκνότητας $\frac{\rho}{2}$ με ταχύτητα 2υ. Μέσα στην εγκατάσταση συμβαίνει τέλεια ανάμειξη των δύο υγρών, οπότε το υγρό που προκύπτει εξέρχεται από μια έξοδο εμβαδού διατομής $\frac{A}{2}$. Η πυκνότητα του εξερχόμενου υγρού είναι $\frac{3}{2}\rho$.

Α8. Δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων Π_1 και Π_2 βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού και εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $y_1 = y_2 = A\eta\mu(2\pi f t)$. Ένα υλικό σημείο Μ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές Π_1 και Π_2 αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα, με $r_1 > r_2$. Για να έχουμε αποσβεστική συμβολή στο σημείο Μ, πρέπει η συχνότητα των κυμάτων, τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα μέτρου υ, να είναι $f = \frac{(2N+1)\upsilon}{2(r_1 + r_2)}$, με N=0,1,2,…

Α9. Σε ένα οριζόντιο δάπεδο βρίσκονται δύο ίδιες σφαίρες Α και Β ακτίνας r η κάθε μια. Η σφαίρα Α κυλίεται (χωρίς ολίσθηση) και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα Β, η οποία αρχικά είναι ακίνητη. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α, που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα Β κατά την κρούση είναι 100%.

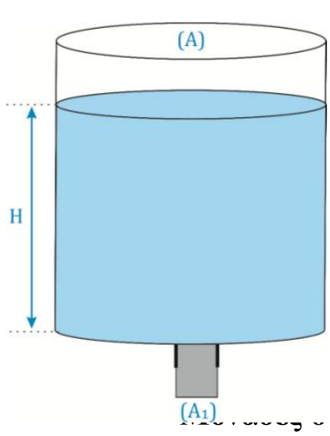
Α10. Ομογενής δίσκος μάζας Μ και ακτίνας R εκτελεί σύνθετη κίνηση κατά μήκος κινούμενου οριζοντίου διαδρόμου, όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα. Ο διάδρομος κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_Δ. Αν ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, τότε το μέτρο της ταχύτητας του σημείου επαφής του με τον διάδρομο είναι μηδέν.



(Μονάδες $2 \times 10 = 20$**)**

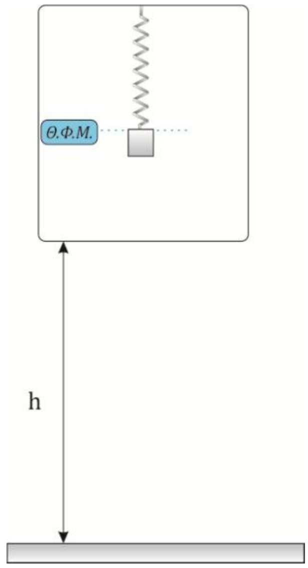
ΘΕΜΑ Β

Β1. Ανοικτό κυλινδρικό δοχείο εμβαδού διατομής Α περιέχει νερό μέχρι ύψους Η. Στον πυθμένα φέρει οπή εμβαδού $A_1 = \frac{A}{3}$ κλεισμένη με πώμα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ τραβάμε ακαριαία το πώμα από την οπή και το νερό αρχίζει να ρέει ανεμπόδιστα. Να αποδείξετε ότι ο ολικός χρόνος που απαιτείται ώστε να αδειάσει το δοχείο δίνεται από τη σχέση $t_{ο\lambda} = 4\sqrt{\frac{H}{g}}$. Αγνοείστε τις τριβές και το ιξώδες του νερού.



Μονάδες 5

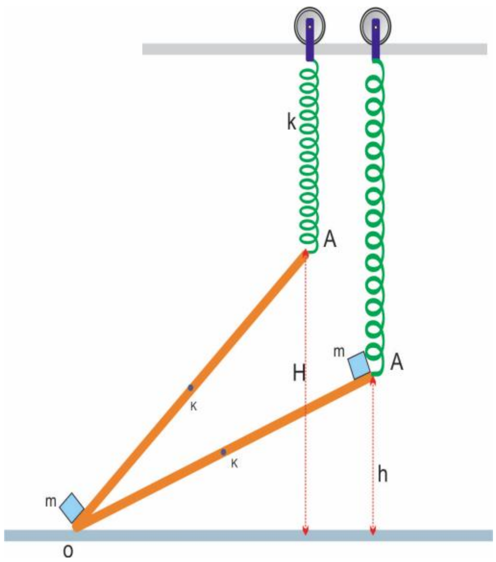
Β2. Σε πειραματική διαδικασία στην οροφή ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου άκαμπτου μεταλλικού κλωβού, αναρτούμε ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100\,N/m$ από το ελεύθερο άκρο του οποίου δένεται σώμα μάζας $m = 1kg$. Συγκρατούμε το σώμα ώστε το ελατήριο να βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Αφήνουμε το σύστημα να εκτελέσει ελεύθερη πτώση από ύψος $h = 0{,}15m$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κλωβός συγκρούεται με το έδαφος και ακινητοποιείται ακαριαία, ενώ τότε το σώμα αφήνεται ελεύθερο να εκτελέσει α.α.τ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη δύναμη που δέχεται ο κλωβός από το ελατήριο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,m/s^2$



Να θεωρήσετε ότι η δύναμη που δέχεται ο κλωβός από το έδαφος τη στιγμή της σύγκρουσής του με αυτό δεν επηρεάζει την ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 5

Β3. Αβαρής λεία σανίδα ΟΑ μήκους l είναι δεμένη στο άκρο της Α με ιδανικό ελατήριο σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο κατάλληλα σε μικρή αβαρή τροχαλία η οποία μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο οδηγό έτσι ώστε το ελατήριο να διατηρείται πάντα κατακόρυφο. Το άλλο άκρο Ο της σανίδας είναι αρθρωμένο σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα. Ένα μικρό κιβώτιο μάζας m μεταφέρεται πολύ αργά κατά μήκος της σανίδας χωρίς τριβές, με αποτέλεσμα η κατακόρυφη απόσταση του άκρου Α της σανίδας από Η να γίνει h, με $H = 2h$. Το σύστημα βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για τη μεταφορά του σώματος είναι:



α. mgh

β. $\frac{1}{2}mgh$

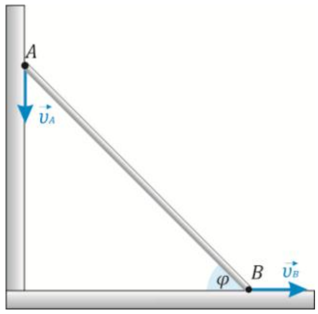
γ. $\frac{3}{2}mgh$

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

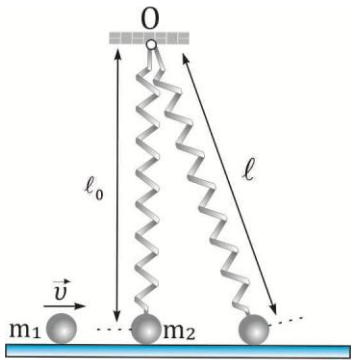
Μονάδες 5

Β4. Ομογενής ράβδος μήκους ℓ ολισθαίνει σε κατακόρυφο επίπεδο, ώστε το άκρο Α να εφάπτεται σε λείο κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άκρο Β σε λείο οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο άκρων της ράβδου, να αποδείξετε ότι ισχύει $\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A} = \varepsilon\varphi\varphi$, όπου φ είναι η γωνία που σχηματίζει κάθε στιγμή, η ράβδος με το λείο οριζόντιο δάπεδο.



Μονάδες 5

Β5. Μικρή σφαίρα μάζας m_1 κινούμενη με ταχύτητα μέτρου υ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με άλλη ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2 = 3m_1$, η οποία είναι δεμένη στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος ℓ_0, ενώ το άλλο του άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα από το σημείο Ο της οροφής. Η μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα υ, ώστε μετά την κρούση το σώμα μάζας m_2 να χάσει οριακά την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο, τη στιγμή που η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι μέγιστη και το μήκος του ελατήριου ℓ έχει αυξηθεί κατά 20% σε σχέση με το φυσικό του μήκος, είναι:



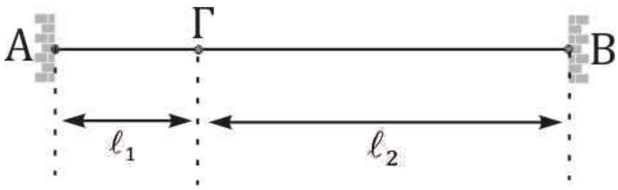
α. 2 m/s
β. 4 m/s
γ. 6 m/s

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$, το σφαιρίδιο μάζας m_1 εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση. Αν το σφαιρίδιο μάζας m_2 εκτελούσε α.α.τ. στο άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k θα είχε κυκλική συχνότητα ταλάντωσης $\omega = 6 rad/s$.

Μονάδες 5

Β6. Μια χορδή αποτελείται από δυο διαφορετικές χορδές ΑΓ και ΓΒ, με μήκη $\ell_1 = 0,6 m$ και $\ell_2 = 0,825 m$ αντίστοιχα. Στη χορδή παράγεται κύμα συχνότητας f που διαδίδεται στο πρώτο κομμάτι της χορδής ΑΓ με ταχύτητα $\upsilon_1 = 200 m/s$ ενώ στο δεύτερο κομμάτι ΓΒ με ταχύτητα $\upsilon_2 = 110 m/s$. Στη χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα.



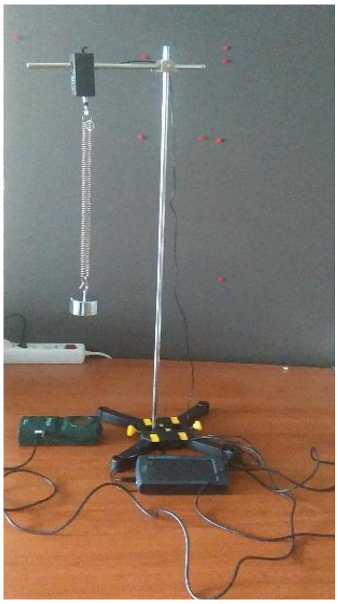
α. Ποια είναι η ελάχιστη συχνότητα με την οποία πρέπει να πάλλεται η χορδή, η οποία είναι δεμένη στα δυο άκρα της, ώστε στο σημείο συνένωσης (Γ) των δύο χορδών να δημιουργηθεί δεσμός;

β. Πόσοι δεσμοί δημιουργούνται συνολικά στη χορδή ΑΒ τότε;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ (ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ)

Ομάδα μαθητών της Γ΄ Λυκείου και στο πλαίσιο των εργαστηριακών δραστηριοτήτων πραγματοποίησε την εργαστηριακή άσκηση «Μελέτη της κίνησης ενός σώματος αναρτημένου σε κατακόρυφο ελατήριο» με τα ακόλουθα υλικά:



- ένα πλήρη ορθοστάτη
- ένα ελατήριο σταθεράς K_0
- ένα βαρίδι με μάζα M (πολύ μεγαλύτερη του ελατηρίου)
- ένα αισθητήρα απόστασης
- ένα αισθητήρα δύναμης
- μικροϋπολογιστή
- Laptop με κατάλληλο λογισμικό για την επεξεργασία πειραματικών δεδομένων.

Στην προσπάθειά τους να συναρμολογήσουν την διάταξη διαπίστωσαν ότι το ελατήριο είχε μεγάλο μήκος, και αποφάσισαν να το κόψουν στη μέση δημιουργώντας δύο πανομοιότυπα ελατήρια.

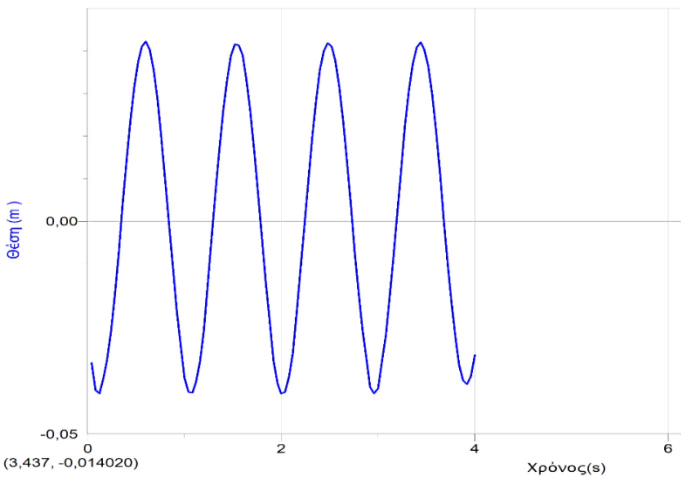
Χρησιμοποίησαν το ένα για την πειραματική τους μελέτη.

Έτσι συναρμολόγησαν την διάταξη της εικόνας.

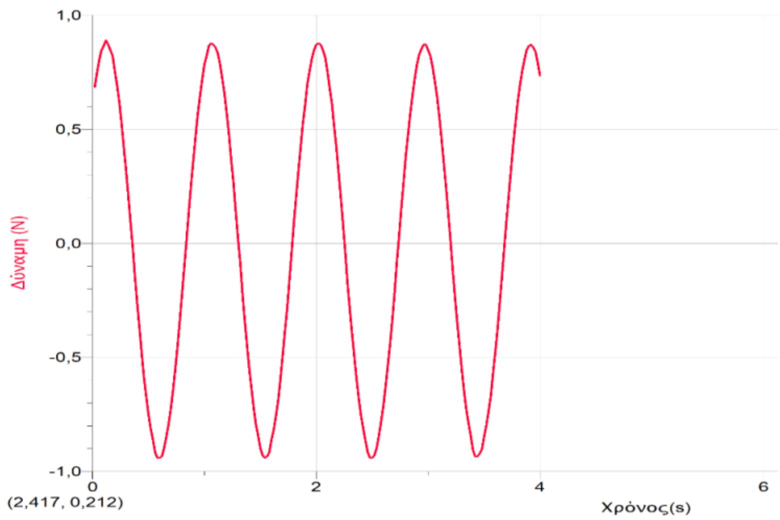
Απομάκρυναν το βαρίδι, κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας και το άφησαν ελεύθερο να κινηθεί.

Με τη βοήθεια του εξοπλισμού τους κατέγραψαν, για 4s,

- την απομάκρυνση του βαριδιού από τη θέση ισορροπίας (**Εικόνα 1**)
- την συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο βαρίδι (**Εικόνα 2**).

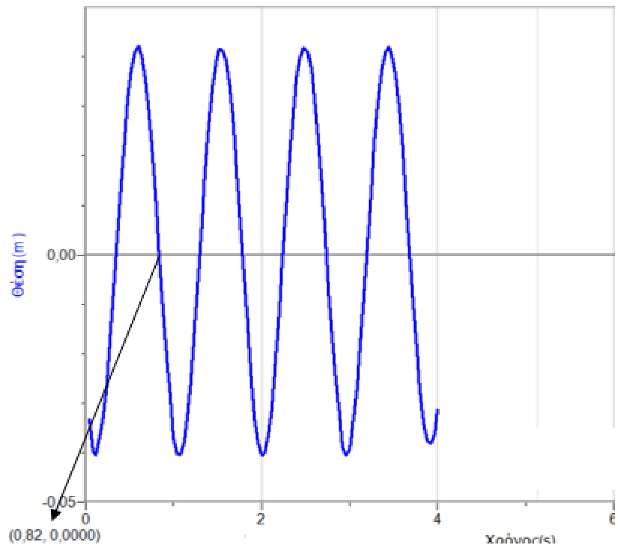


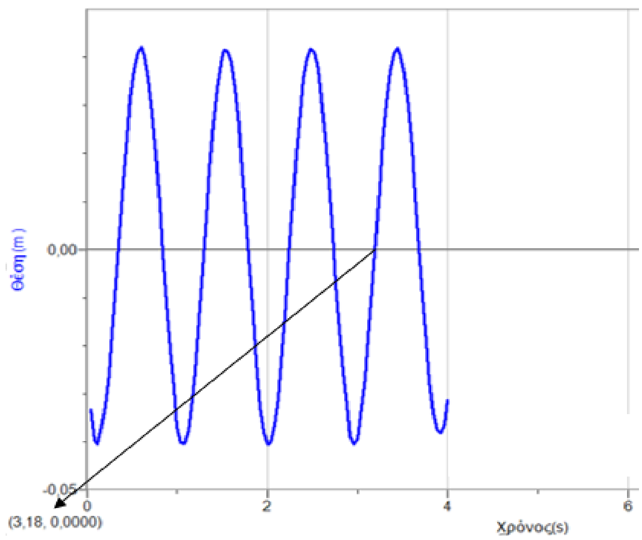
Εικόνα 1



Εικόνα 2

Στις δύο παρακάτω **Εικόνες (3 και 4)**, τα βέλη δείχνουν τις τιμές (x – t) στα αντίστοιχα σημεία της γραφικής παράστασης θέσης – χρόνου.





1η Ερώτηση.

α. Η τροχιά του βαριδιού είναι ευθύγραμμη ή καμπυλόγραμμη;

Μονάδες 1

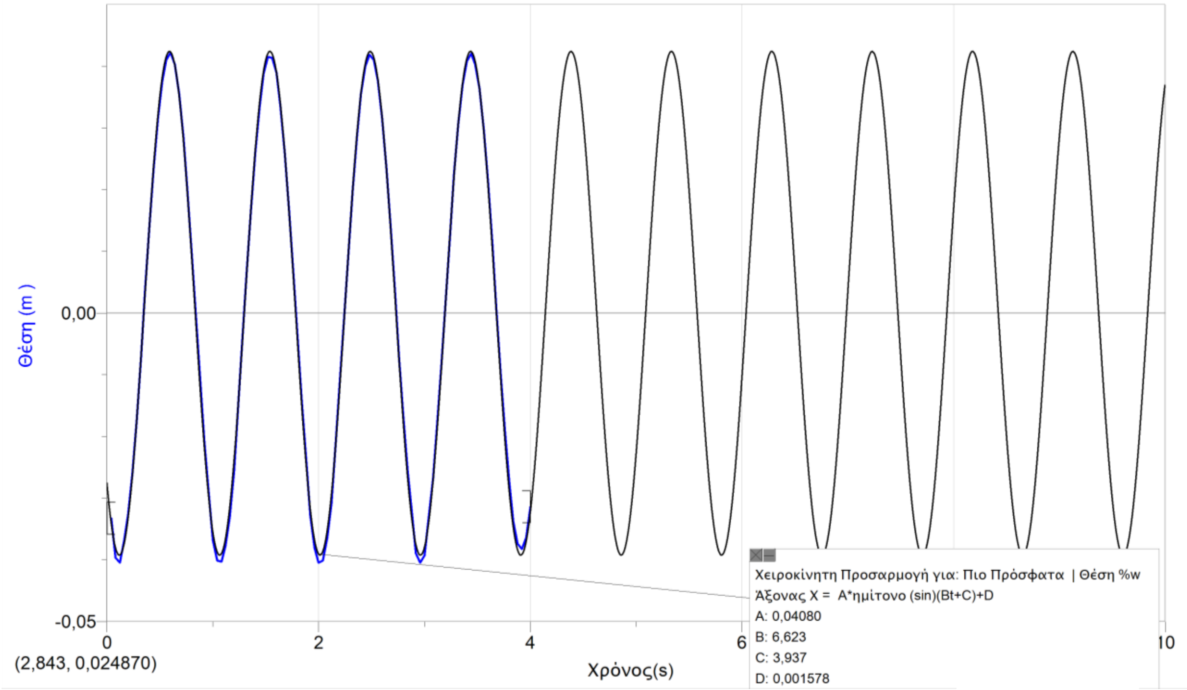
β. Από τα πειραματικά δεδομένα μπορείτε να συμπεράνετε αν η κίνηση είναι περιοδική και γιατί;

Μονάδες 2

γ. Αν η κίνηση είναι περιοδική, ποια είναι η συχνότητά της;

Μονάδες 2

Με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού έκαναν μαθηματική προσαρμογή της γραφικής παράστασης θέσης – χρόνου και προέκυψε η παρακάτω **Εικόνα 5**.



Η καρτέλα στοιχείων που εμφανίστηκε πληροφόρησε την ομάδα για την συνάρτηση θέσης – χρόνου η οποία με ακρίβεια δύο δεκαδικών για τα παρεχόμενα στοιχεία είναι:

$$x = 0,04\eta\mu(6,62t + 3,94) \text{ στο S.I.}$$

2η Ερώτηση.

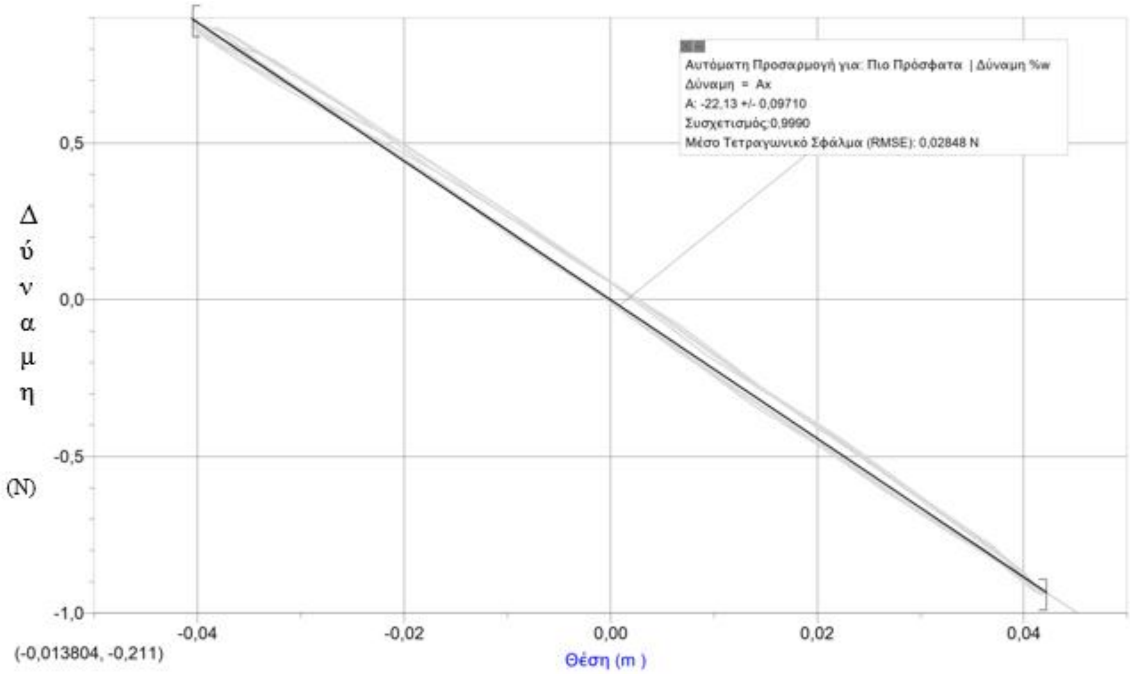
Συμφωνείτε ότι η εξίσωση κίνησης του βαριδιού είναι αυτή και γιατί;

Μονάδες 5

ΠΡΟΣΟΧΗ:

- Η γραφική παράσταση Θέσης – Χρόνου τέμνει τον άξονα θέσης στο (-0,03m, 0s).
- Κατά τους υπολογισμούς διαφόρων μεγεθών πιθανόν να προκύψουν μικρές διαφορές (στα δεκαδικά ψηφία) μεταξύ των τιμών που εσείς υπολογίζετε και των τιμών της μαθηματικής προσαρμογής. Αυτό να μην σας προβληματίσει και να συνεχίσετε την επεξεργασία με τις τιμές που εσείς υπολογίσατε.
- Όλα τα μεγέθη είναι μετρημένα σε μονάδες S.I.

Στη συνέχεια, η ομάδα μαθητών κατασκεύασε την γραφική παράσταση Δύναμης – Θέσης και την προσάρμοσαν μαθηματικά.

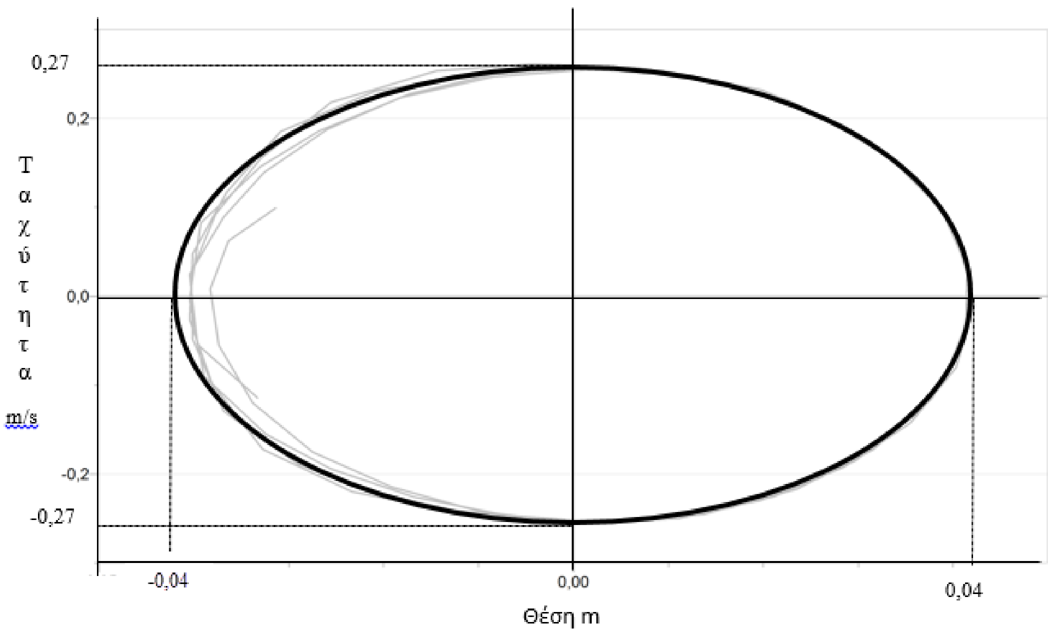


3η Ερώτηση.

Αξιοποιώντας τα στοιχεία της καρτέλας μαθηματικής προσαρμογής και την θεωρητική σας γνώση, να υπολογίσετε την μάζα του βαριδιού;

Μονάδες 5

Τέλος με τη βοήθεια του λογισμικού επεξεργασίας κατασκεύασαν την γραφική παράσταση ταχύτητας – απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και την προσάρμοσαν μαθηματικά.



4η Ερώτηση.
Με βάση τη θεωρητική γνώση που διαθέτετε δικαιολογείστε την μορφή της γραφικής παράστασης.

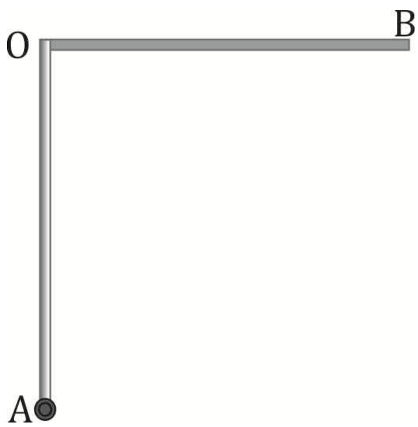
Μονάδες 5

Βέβαια η ομάδα των μαθητών απάντησε και σε άλλα ερωτήματα και μετά την ολοκλήρωση της μελέτης ο υπεύθυνος καθηγητής τους έθεσε ένα προβληματισμό.

5η Ερώτηση.
Χρησιμοποιώντας τα υλικά που διαθέτουν, θα μπορούσαν να αναγκάσουν το βαρίδι να ταλαντώνεται με νέα συχνότητα $f' = \sqrt{2} \cdot f$;
Δώστε την δικής σας απάντηση εξηγώντας ακριβώς τι θα κάνατε και γιατί.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ



Δύο όμοιες λεπτές ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι ΟΑ, ΟΒ που έχουν μάζα $M = 6\text{kg}$ και μήκος $\ell = 1\text{m}$ η κάθε μία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους Ο και σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδο ΑΟΒ, ο οποίος διέρχεται από το άκρο Α του συστήματος των δύο ράβδων. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση που το στέλεχος ΟΑ είναι κατακόρυφο και το ΟΒ οριζόντιο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να περιστραφεί γύρω από τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Α.

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων ως προς τον άξονα περιστροφής.

Μονάδες 5

Δ2. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{\upsilon_O}{\upsilon_B}$, των μέτρων των γραμμικών ταχυτήτων των σημείων (Ο) και (Β), όταν η ράβδος ΑΟ γίνεται οριζόντια για πρώτη φορά.

Μονάδες 5

Δ3. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε την ολική επιτάχυνση του κέντρου μάζας της ράβδου ΟΑ τη χρονική στιγμή που θα ξαναγίνει κατακόρυφη για πρώτη φορά.

Μονάδες 6

Δ4. Τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα κατά την περιστροφή του για πρώτη φορά.

Μονάδες 9

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\, m/s^2$, $ημ18,5^0 = 0,1\sqrt{10}$ και $συν18,5^0 = 0,3\sqrt{10}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΕΦ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ-2017

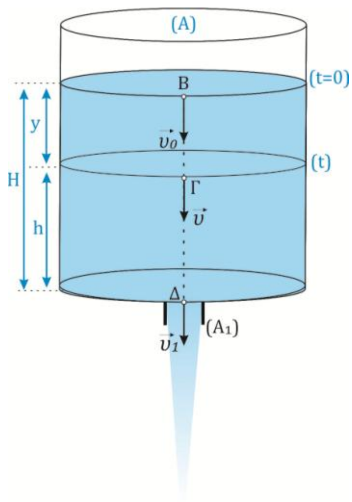
ΘΕΜΑ Α΄

Α1 - Λ	**Α2 - Λ**	**Α3 - Σ**	**Α4 - Λ**	**Α5 - Λ**
Α6 - Σ	**Α7 - Λ**	**Α8 - Λ**	**Α9 - Λ**	**Α10 - Λ**

ΘΕΜΑ Β΄

Β1. ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Τη χρονική στιγμή $t=0$ τραβάμε ακαριαία το πώμα από την οπή. Έστω υ_0 το μέτρο της ταχύτητας ροής των σημείων της επιφανείας του νερού αρχικά. Μια τυχαία χρονική στιγμή t που η στάθμη έχει κατέβει κατά y το μέτρο της ταχύτητας ροής των σημείων της επιφανείας του νερού είναι υ , ενώ η ταχύτητα εκροής από την οπή είναι υ_1. Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής από το σημείο Γ στο σημείο Δ.



$p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g h = p_\Delta + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2$. Αλλά $p_\Gamma = p_\Delta = p_{\alpha\tau\mu}$

οπότε η σχέση γίνεται:

$$\frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g h = \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 \quad \text{ή} \quad \upsilon_1^2 = \upsilon^2 + 2gh \quad (1).$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας : $A\cdot\upsilon = A_1\cdot\upsilon_1$

ή $A\cdot\upsilon = \frac{A}{3}\cdot\upsilon_1$ ή $\upsilon_1 = 3\upsilon$ (2)

Όμως $h = H - y$. Από (1), (2) έχουμε:

$$8\upsilon^2 = 2gh \quad \text{ή} \quad 8\upsilon^2 = 2g(H-y) \quad \text{ή} \quad \upsilon^2 = \frac{gH}{4} - \frac{g}{4}\cdot y \quad (3).$$

Η σχέση αυτή είναι της μορφής $\upsilon^2 = \upsilon_0^2 - 2\alpha\cdot y$ (4) εξίσωση που χαρακτηρίζει κάθε ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Με σύγκριση ομοίων όρων μεταξύ των σχέσεων (3) και(4) έχουμε: $\upsilon_0^2 = \frac{gH}{4}$ ή $\upsilon_0 = \sqrt{\frac{gH}{4}}$ ενώ $2\alpha = \frac{g}{4}$ ή $\alpha = \frac{g}{8}$

Από την εξίσωση κίνησης έχουμε:

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha \cdot t \text{ ή } \upsilon = \sqrt{\frac{gH}{4}} - \frac{g}{8} \cdot t \text{ ή } 0 = \sqrt{\frac{gH}{4}} - \frac{g}{8} \cdot t \text{ ή } t = \frac{8}{g}\sqrt{\frac{gH}{4}} = 4\sqrt{\frac{H}{g}}$$

Β2. ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Υπολογίζουμε την ταχύτητα που έχει το σύστημα μάζας Μ τη στιγμή της σύγκρουσης με το έδαφος με ΑΔΜΕ: $Mgh = \frac{1}{2}MV^2$ ή $V = \sqrt{2gh} = \sqrt{3}\,m/s$.

Το σώμα μάζας m εκτελεί αατ ξεκινώντας τη χρονική στιγμή $t = 0$ από τη θέση φυσικού μήκους με ταχύτητα μέτρου V.

Για τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης ισχύει:

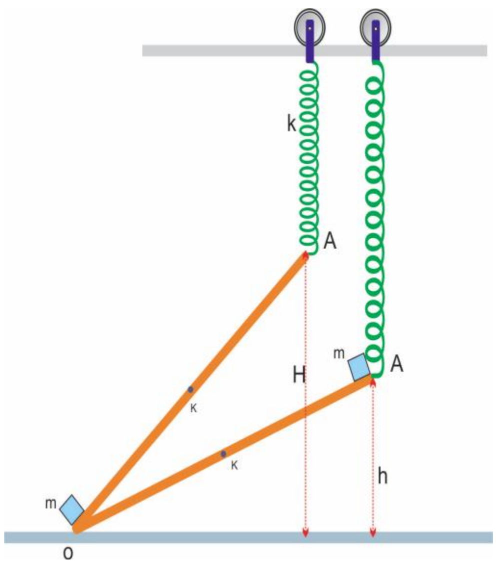
$$\Sigma F = 0 \text{ ή } k \cdot \Delta\ell = mg \text{ ή } \Delta\ell = \frac{mg}{k} = 0{,}1m$$

Εφαρμόζουμε ΑΔΕ για την αατ τη $t = 0$: $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k \cdot \Delta\ell^2 + \frac{1}{2}mV^2$ ή $A = 0{,}2m$

Η μέγιστη δύναμη που δέχεται ο κλωβός από το ελατήριο είναι ίση με τη μέγιστη δύναμη του ελατηρίου: $F_{max} = (\Delta\ell + A) \cdot k = 30\,N$

Β3. ΑΠΑΝΤΗΣΗ. Η σωστή απάντηση είναι η γ.

Είναι $\Delta\ell = H - h$ (1)



Στη θέση ισορροπίας ισχύει:
$\Sigma F = 0$ ή $mg = k \cdot \Delta\ell$ (2)

Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για τη μεταφορά του σώματος είναι:

$$W = mgh + \frac{1}{2}k \cdot \Delta\ell^2 = mgh + \frac{1}{2}k \cdot \Delta\ell \cdot \Delta\ell$$

από τις (1), (2) έχουμε:

$$W = mgh + \frac{1}{2}mg \cdot (H - h) \text{ ή}$$

$$W = mgh + \frac{1}{2}mg \cdot (2h - h) = \frac{3}{2}mgh$$

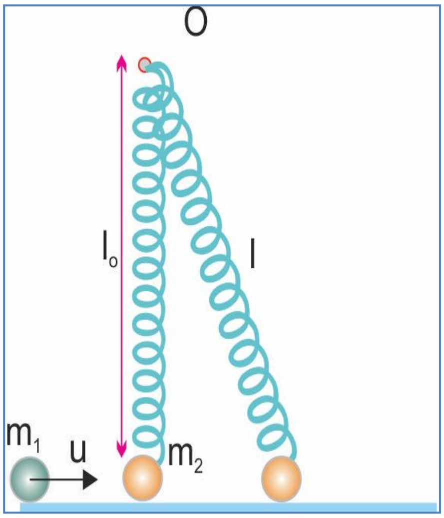
Β4. ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Αφού το μήκος της ράβδου ΑΒ είναι σταθερό, πρέπει οι συνιστώσες των ταχυτήτων στη διεύθυνση της ράβδου, στα σημεία Α και Β να είναι ίσες:

$$\upsilon_{A,\rho\alpha\beta\delta} = \upsilon_{B,\rho\alpha\beta\delta} \text{ ή } \upsilon_A \cdot \eta\mu\varphi = \upsilon_B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \text{ ή } \frac{\upsilon_B}{\upsilon_A} = \varepsilon\varphi\varphi$$

Β5. ΑΠΑΝΤΗΣΗ. Η σωστή απάντηση είναι η β.

Η ταχύτητα του m_2 μετά την ελαστική μετωπική κρούση είναι:



$$\upsilon_2 = \frac{2m_1}{m_2 + m_1}\upsilon = \frac{\upsilon}{2} \quad (1)$$

Όταν χαθεί η επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο ισχύει

$$F_{\varepsilon\lambda} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m_2 g \text{ ή } k \cdot 0,2 \cdot \ell_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m_2 g \text{ ή}$$

$$k \cdot 0,2 \cdot \ell_0 \cdot \frac{\ell_0}{1,2\ell_0} = m_2 g \text{ ή } k \cdot \ell_0 = 6m_2 g (2)$$

Όμως $D = k = m_2 \cdot \omega^2 = 36m_2$ (3)

Από (2), (3) είναι $36m_2 \cdot \ell_0 = 6m_2 g$ ή $\ell_0 = \frac{g}{6}$ (4)

Ενεργειακά ισχύει: $\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}k(0,2\ell_0)^2$ ή $m_2\frac{\upsilon^2}{4} = k\ell_0 \cdot 0,04\ell_0$ ή

$$m_2\frac{\upsilon^2}{4} = 6m_2 g \cdot 0,04\ell_0 \text{ ή } \frac{\upsilon^2}{4} = 6g \cdot 0,04 \cdot \frac{g}{6} \text{ ή } \upsilon = 4\,m/s$$

Β6. ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Έστω ν ο αριθμός των δεσμών στη χορδή l_1:

$$l_1 = (\nu - 1)\frac{\lambda_1}{2} = (\nu - 1)\frac{\upsilon_1}{2f}$$

Έστω κ ο αριθμός των δεσμών στη χορδή l_2:

$$l_2 = (\kappa - 1)\frac{\lambda_2}{2} = (\kappa - 1)\frac{\upsilon_2}{2f}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{(\nu - 1)\upsilon_1}{(\kappa - 1)\upsilon_2} \Rightarrow \frac{\nu - 1}{\kappa - 1} = \frac{l_1\upsilon_2}{l_2\upsilon_1} = \frac{0,6 \cdot 110}{0,825 \cdot 200} = \frac{2}{5}$$

αφού οι κ, ν οι μικρότεροι ακέραιοι ισχύει $\nu = 3$ και $\kappa = 6$. Άρα

$$f_{min} = \frac{(\nu - 1)\upsilon_1}{2l_1} = 333hz$$

β) Υπάρχουν συνολικά 8 δεσμοί αφού το σημείο συνάντησης (Γ) δεν το μετράμε δύο φορές.

ΘΕΜΑ Γ΄(ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ)

1η Ερώτηση.

α. Η τροχιά του βαριδιού είναι ευθύγραμμη ή καμπυλόγραμμη;

Η τροχιά του βαριδιού είναι ευθύγραμμη, επειδή η αρχική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας έγινε κατακόρυφα κατά την διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης (βάρος - τάση ελατηρίου).

β. Από τα πειραματικά δεδομένα μπορείτε να συμπεράνετε αν η κίνηση είναι περιοδική και πώς;

Η κίνηση είναι περιοδική. Αυτό το συμπεραίνουμε από τη γραφική παράσταση θέσης χρόνου η οποία επαναλαμβάνεται σε ίσα χρονικά διαστήματα.

γ. Αν η κίνηση είναι περιοδική, πια είναι η συχνότητά της;

Μεταξύ της χρονικής στιγμής $t_1 = 0{,}82s$ και της χρονικής στιγμής $t_2 = 3{,}18s$ το βαρίδι έχει εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις.

Συνεπώς $2{,}5 \cdot T = t_2 - t_1$ ή $2{,}5 \cdot T = 3{,}18s - 0{,}82s$, οπότε: $T = 0{,}94s$ και $f = 1/T = 1{,}06Hz$

2η Ερώτηση.

Συμφωνείτε ότι η εξίσωση κίνησης του βαριδιού είναι αυτή και γιατί;
ΠΡΟΣΟΧΗ: Η γραφική παράσταση Θέσης – χρόνου τέμνει τον άξονα θέσης στο (-0,03m, 0s).

Συμφωνώ διότι:

Η εξίσωση κίνησης ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. είναι της μορφής $x = \mathrm{A}\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$

Από τη γραφική παράσταση παρατηρώ ότι το πλάτος είναι: $A = 0{,}04m$

Η $\omega = 2\pi f = 6{,}66 rad/s$

Την χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ η $x = 0{,}04\eta\mu(3{,}94) = -0{,}03m$

3η Ερώτηση.

Αξιοποιώντας τα στοιχεία της καρτέλας μαθηματικής προσαρμογής και την θεωρητική σας γνώση, να υπολογίσετε την μάζα του βαριδιού;

Γνωρίζουμε ότι στην α.α.τ. η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν στο σώμα είναι ανάλογη της απομάκρυνσης και ισχύει: ΣF=-D·x, όπου D η σταθερά επαναφοράς.

Από τα στοιχεία της καρτέλας συμπεραίνω ότι: D=22,13N/m

Η $D = m\cdot\omega^2$ *οπότε 22,13N/m=m·(6,66rad/s)*^{2} *ή* ***m=0,499Kg***

4η Ερώτηση.

Με βάση τη θεωρητική γνώση που διαθέτετε δικαιολογείστε την μορφή της γραφικής παράστασης.

Από τη γραφική παράσταση Θέσης – χρόνου και για το χρονικό διάστημα που μελετήθηκε η α.α.τ, παρατηρώ ότι δεν μεταβάλλεται το πλάτος συνεπώς και η ενέργεια της ταλάντωσης.

Συνεπώς

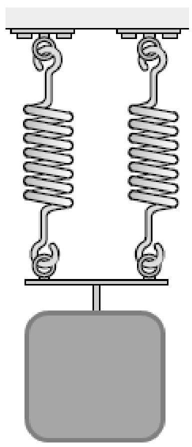
$$
\begin{aligned}
&K + U = E_T \ \text{ή} \\
&\frac{1}{2} m\cdot\upsilon^2 + \frac{1}{2} D\cdot x^2 = \frac{1}{2} D\cdot A^2 \ \text{ή} \\
&m\cdot\upsilon^2 + m\cdot\omega^2\cdot x^2 = m\cdot\omega^2\cdot A^2 \ \text{ή} \\
&\upsilon^2 + \omega^2\cdot x^2 = \omega^2\cdot A^2 \ \text{ή} \\
&\upsilon = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}
\end{aligned}
$$

Της οποίας η γραφική παράσταση είναι σαν αυτή της εικόνας.

5η Ερώτηση.

Χρησιμοποιώντας τα υλικά που διαθέτουν, θα μπορούσαν να αναγκάσουν το βαρίδι να ταλαντώνεται με νέα συχνότητα $f' = \sqrt{2}\cdot f$;

Δώστε την δικής σας απάντηση εξηγώντας ακριβώς τι θα κάνετε και γιατί.



Θα πρέπει να κρεμάσουν και το δεύτερο κομμάτι του ελατηρίου , από τον γάντζο του δυναμόμετρου, και το βαρίδι από τα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων.

Αν τώρα απομακρύνουν το βαρίδι από την θέση ισορροπίας του και το αφήσουν ελεύθερο θα εκτελέσει α.α.τ με συχνότητα $f' = \sqrt{2}\cdot f$ *και αυτό διότι:*

Τα δύο ελατήρια , εφόσον είναι πανομοιότυπα, έχουν το ίδιο K.

Όταν το σώμα ήταν κρεμασμένο στο ένα ελατήριο τότε η

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$$

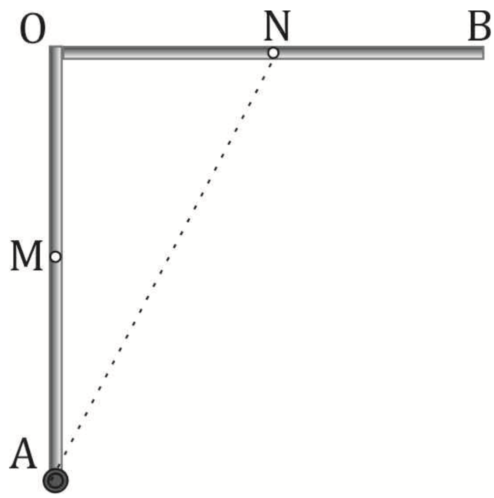
Όμως D=K , οπότε: $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{K}{m}}$

Όταν το σώμα είναι κρεμασμένο στα δύο ελατήρια D' =2K (με απόδειξη), οπότε:

$$f' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{2}\cdot\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{2}\cdot f$$

ΘΕΜΑ Δ΄

Δ1. Υπολογισμός ροπής αδράνειας συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής Ο.



Εφαρμόζοντας Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο ΑΟΝ, προκύπτει:

$$AN = \sqrt{AO^2 + ON^2} = \sqrt{\ell^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2} \quad ή$$

$$AN = \frac{\ell}{2}\sqrt{5} \quad (1)$$

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ΟΒ, ως προς τον άξονα περιστροφής Α, ισούται με:

$$I_{\rho 1} = I_{cm,\rho 1} + M(AN)^2 \overset{(1)}{=} \frac{1}{12}M\ell^2 + M\left(\frac{\ell}{2}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{5}{4}M\ell^2 \quad ή$$

$$I_{\rho 1} = \frac{4}{3}M\ell^2 \quad (2)$$

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ΑΟ, ως προς τον άξονα περιστροφής Ο, ισούται με:

$$I_{\rho 2} = I_{cm,\rho 2} + M\left(\frac{AO}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 \quad ή \quad I_{\rho 2} = \frac{1}{3}M\ell^2 \quad (3)$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων, ως προς τον άξονα περιστροφής Ο, ισούται με: $I = I_{\rho 1} + I_{\rho 2} = \dfrac{4}{3}M\ell^2 + \dfrac{1}{3}M\ell^2 \overset{(2),(3)}{ή} I = \dfrac{5}{3}M\ell^2 = 10\,kg\cdot m^2$ (4)

Δ2. Όπως φαίνεται από το σχήμα τα σημεία Ο και Β εκτελούν κυκλική κίνηση με κέντρο Α και ακτίνες:

- $r_O = AO = \ell$ και
- $r_B = AB = \sqrt{AO^2 + AB^2} = \sqrt{\ell^2 + \ell^2} = \ell\sqrt{2}$

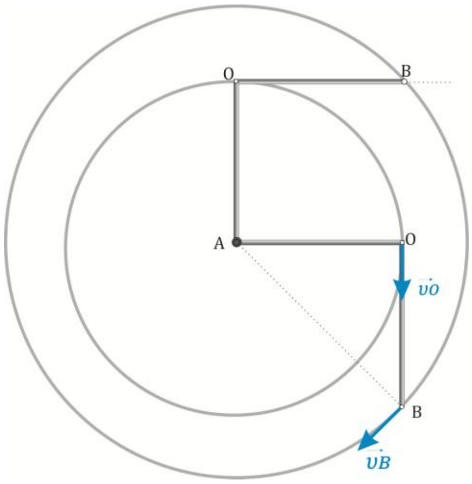
Για τα μέτρα των ταχυτήτων των σημείων Ο και Β ισχύει:

- $\upsilon_0 = \omega r_0 = \omega\ell$
- $\upsilon_B = \omega r_B = \omega\ell\sqrt{2}$

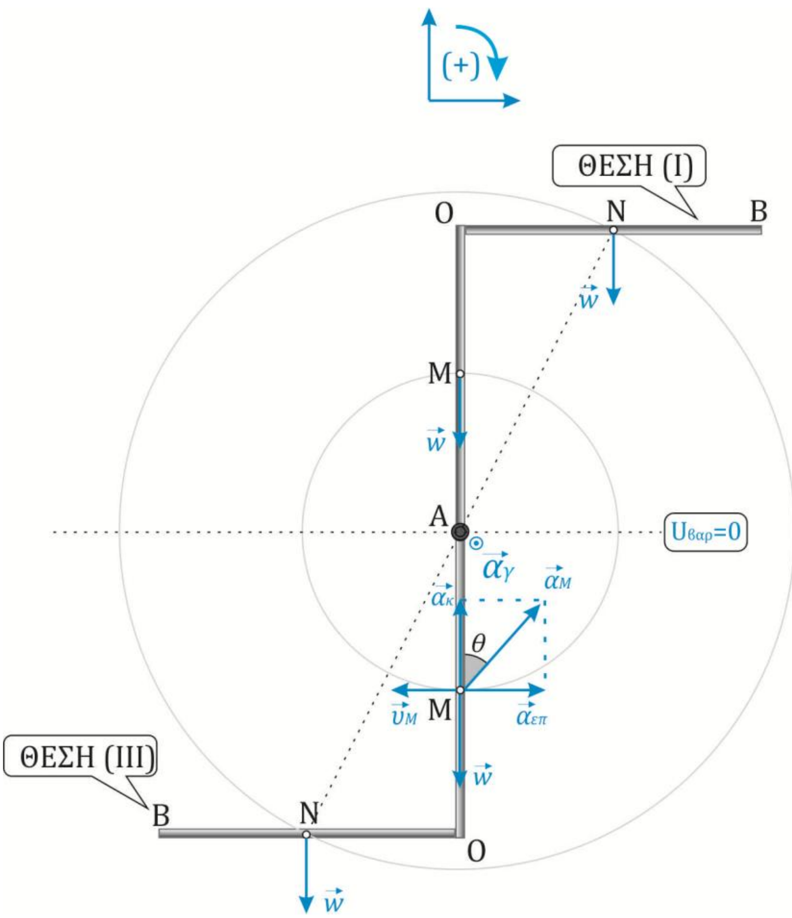
Όπου ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος.

Έτσι το πηλίκο $\dfrac{\upsilon_0}{\upsilon_B}$, ισούται με:

$$\frac{\upsilon_0}{\upsilon_B} = \frac{\omega\ell}{\omega\ell\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Δ3.



Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης στη ΘΕΣΗ (ΙΙΙ), προκύπτει:

$$\Sigma\tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow -w\frac{\ell}{2} = \frac{5}{3}M\ell^2\alpha_\gamma \Rightarrow -Mg\frac{\ell}{2} = \frac{5}{3}M\ell^2\alpha_\gamma \Rightarrow$$

$$\alpha_\gamma = -\frac{3g}{10\ell} \ (1) \ (\text{η φορά της φαίνεται στο παραπάνω σχήμα})$$

Το μέτρο της επιτρόχιας επιτάχυνσης του σημείου Μ ισούται με:

$$\alpha_{\varepsilon\pi} = \left|\alpha_\gamma\right|\frac{\ell}{2} \Rightarrow \alpha_{\varepsilon\pi} = \frac{3g}{20} \ (2)$$

εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για τη μετάβαση του συστήματος από τη ΘΕΣΗ (Ι) στη ΘΕΣΗ (ΙΙΙ), έτσι έχουμε:

$$K_I + U_{\beta\alpha\rho,I} = K_{III} + U_{\beta\alpha\rho,III} \overset{K_I=0}{\Rightarrow} K_I + U_{\beta\alpha\rho,I} = K_{III} + U_{\beta\alpha\rho,III} \Rightarrow$$

$$Mg\ell + Mg\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}I\omega_{III}^2 - Mg\frac{\ell}{2} - Mg\ell \Rightarrow \frac{1}{2}I\omega_{III}^2 = 3Mg\ell \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{5}{3}M\ell^2\omega_{III}^2 = 3Mg\ell$$

$$\omega_{III}^2 = \frac{18g}{5\ell} \overset{\omega_{III} = \frac{\upsilon_M}{\frac{\ell}{2}} = \frac{2\upsilon_M}{\ell}}{\Rightarrow} \upsilon_M = \sqrt{\frac{9}{10}g\ell} \ (3)$$

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου Μ ισούται με:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon_M^2}{\frac{\ell}{2}} \Rightarrow \alpha_\kappa = \frac{2\upsilon_M^2}{\ell} \overset{(3)}{\Rightarrow} \alpha_\kappa = \frac{9}{5}g \ (4)$$

Το μέτρο της ολικής επιτάχυνσης του σημείου Μ ισούται με:

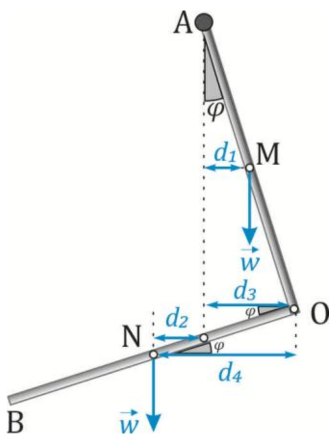
$$\alpha_M = \sqrt{\alpha_{\varepsilon\pi}^2 + \alpha_M^2} \Rightarrow \alpha_M = 18{,}06 m/s$$

Για τη γωνία που σχηματίζει το αντίστοιχο διάνυσμα με την οριζόντια διεύθυνση, ισχύει: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\left|\alpha_{\varepsilon\pi}\right|}{\left|\alpha_\kappa\right|} = \frac{1}{12}$

Δ4. Όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα, φέρνουμε το σύστημα σε τέτοια θέση ώστε τα βάρη των δύο ράβδων να ασκούν αντίρροπες ροπές. Στη θέση όπου το σύστημα αποκτά μέγιστη κατά μέτρο γωνιακή ταχύτητα ισχύει:

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow wd_1 = wd_2 \Rightarrow d_1 = d_2 \ (1)$$

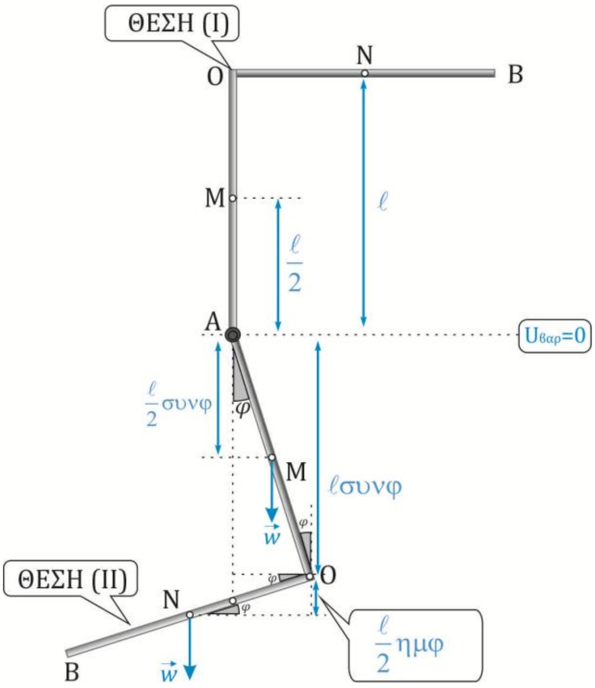
Όμως



- $d_1 = \frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi$
- $d_2 = d_4 - d_3 = \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi - \ell\eta\mu\varphi$

Άρα η σχέση (1) γίνεται:

$$\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi = \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi - \ell\eta\mu\varphi \Rightarrow$$
$$\frac{3\ell}{2}\eta\mu\varphi = \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{3} \Rightarrow$$
$$\varepsilon\varphi\varphi = \varepsilon\varphi\left(18{,}5^o\right) \Rightarrow \varphi = 18{,}5^o$$



Για τον υπολογισμό του μέτρου της μέγιστης γωνιακής ταχύτητας εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για τη μετάβαση του συστήματος από τη ΘΕΣΗ (Ι) στη ΘΕΣΗ (ΙΙ), έτσι έχουμε:

$$K_I + U_{\beta\alpha\rho,I} = K_{II} + U_{\beta\alpha\rho,II} \overset{K_I=0}{\Rightarrow} K_I + U_{\beta\alpha\rho,I} = K_{II} + U_{\beta\alpha\rho,II} \Rightarrow$$
$$Mg\ell + Mg\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}I\omega_{max}^2 - Mg\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi - Mg\ell\sigma\upsilon\nu\varphi - \frac{1}{2}Mg\ell\eta\mu\varphi \Rightarrow$$
$$\frac{3}{2}Mg\ell = \frac{1}{2}\frac{5}{3}M\ell^2\omega_{max}^2 - \frac{3}{2}Mg\ell\sigma\upsilon\nu\varphi - Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi \Rightarrow$$
$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{3g}{5\ell}\left(3 + 3\sigma\upsilon\nu\varphi + \eta\mu\varphi\right)}$$

Αντικαθιστώντας όπου $\eta\mu\varphi = \eta\mu\left(18{,}5^o\right) = 0{,}1\sqrt{10}$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = \sigma\upsilon\nu\left(18{,}5^o\right) = 0{,}3\sqrt{10}$

προκύπτει: $\omega_{max} = \sqrt{6\left(\sqrt{10}+3\right)}\,\text{rad/s}$